

机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 高等数学

科目代码： 601

考生注意事项

- 1、答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
- 2、所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效。
- 3、填（书）写必须使用 0.5mm 黑色签字笔。
- 4、考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
- 5、本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一. 填空题 (本题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2^n + 3^n)^{\frac{1}{n}} =$ _____.

2. 设 $y = y(x)$ 是由 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) + 1 \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ 所确定, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ _____.

3. 不定积分 $\int \frac{2x+1}{4+x^2} dx =$ _____.

4. 一平面过点 $P(2, -1, -1), Q(1, 2, 3)$, 且与平面 $2x + 3y - 5z + 6 = 0$ 垂直, 则该平面方程为 _____.

5. 设方程 $e^z - x^2 y - 2z = 0$ 确定了隐函数 $z = z(x, y)$, 则 $dz =$ _____.

6. 函数 $z = xe^{2y}$ 在点 $P(1, 0)$ 处沿从 $P(1, 0)$ 到点 $Q(2, -1)$ 的方向的方向导数为 _____.

7. 函数 $f(x)$ 是以 2π 为周期, 在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为 $f(x) = \begin{cases} x^2 & -\pi \leq x < 0 \\ \pi x & 0 \leq x < \pi \end{cases}$,

则 $f(x)$ 的傅立叶级数在点 $x = \pi$ 处收敛于 _____.

8. 微分方程 $y''' = e^{2x} + 1$ 的通解为 _____.

二. 单项选择题 (本题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

9. 曲线 $y = \frac{x}{3-x}$ ().

- (A) 既有水平渐近线, 又有铅直渐近线; (B) 仅有水平渐近线;
(C) 仅有铅直渐近线; (D) 无任何渐近线.

10. 设 a, b 为常数, 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{bx - \sin x} \int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a^2 + t^2}} dt = 1$, 则 ().

- (A) $a = 4, b = 1$ (B) $a = 2, b = 1$ (C) $a = 4, b = 0$ (D) $a = \sqrt{2}, b = 1$

11. 设在区间 $[0,1]$ 上有 $f''(x) > 0$, 则 $f'(0)$, $f'(1)$, $f(1) - f(0)$ 的大小顺序为 ().

(A) $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$; (B) $f'(0) > f(1) - f(0) > f'(1)$;

(C) $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$; (D) $f(1) - f(0) > f'(0) > f'(1)$.

12. 广义积分 $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^k} dx$ (k 为常数) 收敛于 $\frac{1}{k-1}(\ln 2)^{1-k}$, 则 k 满足 ().

(A) $k < 1$ (B) $k > 1$ (C) $k = 1$ (D) 以上均不对

13. 设有平面闭区域 $D = \{(x, y) | -a \leq x \leq a, x \leq y \leq a\}$,

$D_1 = \{(x, y) | 0 \leq x \leq a, x \leq y \leq a\}$, 则 $\iint_D (xy + \cos x \sin y) dx dy =$ ().

(A) $2 \iint_{D_1} \cos x \sin y dx dy$; (B) $2 \iint_{D_1} xy dx dy$;

(C) $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) dx dy$; (D) 0.

14. 常数项级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n - \ln n}$ ().

(A) 绝对收敛; (B) 条件收敛;
(C) 发散; (D) 可收敛也可能发散.

三. 解答题 (本题共有 7 个, 每小题 10 分, 共 70 分)

15. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

16. 设 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2} & x \geq 0 \\ \frac{1}{1 + \cos x} & -1 < x < 0 \end{cases}$, 求 $\int_1^4 f(x-2) dx$.

17. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 2)$ 内具有二阶导数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, $f(1) = 0$, 试证在区间 $(0, 1)$ 内至少存在一点 ξ , 使得 $f''(\xi) = 0$.

18. 设 $z = f(x^2y, x \sin y)$, $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

19. 设 $\varphi(x)$ 具有二阶连续导数, $\varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 1$, 且

$$[xy(x+y) - \varphi(x)y]dx + [\varphi'(x) + x^2y]dy = 0$$

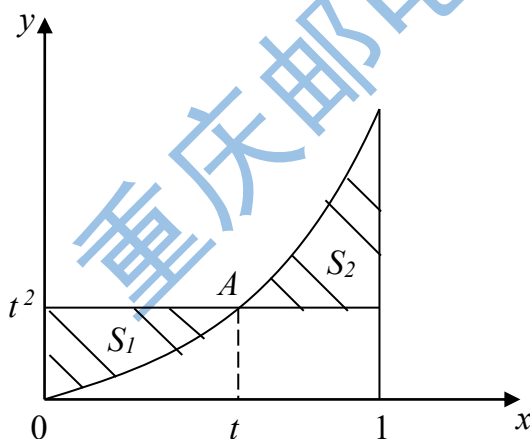
为全微分方程, 求 $\varphi(x)$.

20. 已知一立体由球面 $z = \sqrt{2-x^2-y^2}$ 和锥面 $z = \sqrt{x^2+y^2}$ 所围成, 其体密度 $\mu = \sqrt{x^2+y^2}$, 求该立体的质量.

21. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛域及其和函数, 由此求出 $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \frac{1}{3 \cdot 3^3} + \Lambda$ 的和.

四. 综合应用题 (本题共有 2 个, 每小题 12 分, 共 24 分)

22. 在 $[0, 1]$ 上给定函数 $y = x^2$, 问 t 为何值时, 点 A 是曲线 $y = x^2$ 上的点, 如图所示阴影部分的面积 S_1 与 S_2 的和最小? 并求此时两图形绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积.



23. 证明曲线积分 $\int_L (1 + xe^{2y})dx + (x^2e^{2y} - y^2)dy$ 在 xoy 平面内与路径无关,

并计算积分 $\int_{(1,0)}^{(2,2)} (1 + xe^{2y})dx + (x^2e^{2y} - y^2)dy$.

注: 所有答案必须写在答题纸上, 试卷上作答无效!

第 4 页 (共 4 页)