

机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2017 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 高等数学 (A)

科目代码： 601

考生注意事项

- 1、答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
- 2、所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效。
- 3、填（书）写必须使用 0.5mm 黑色签字笔。
- 4、考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
- 5、本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一. 填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x^2}-1}{x \ln(1+x)} =$ _____。
2. 设 $f(x) = (2^x - 1)\varphi(x)$, 其中 $\varphi(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $f'(0) =$ _____。
3. 不定积分 $\int x \tan^2 x dx =$ _____。
4. $\int_{-\infty}^1 \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx =$ _____。
5. 设方程 $e^{2xz} + x^2 + y + z = \frac{7}{4}$ 确定了二元函数 $z = z(x, y)$, 则 $dz =$ _____。
6. 设曲面 $z = x^2 + y^2$ 及平面 $z = 1$ 围成, 三重积分 $\iiint_{\Omega} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dV$ 在柱面坐标系下的三次积分为_____。
7. 微分方程 $(e^{x+y} + e^x)dx + (e^{x+y} - e^y)dy = 0$ 的通解为_____。
8. 椭球面 $3x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 在点 $(-1, -2, 3)$ 处的切平面方程为_____。

二. 单项选择题 (每小题 4 分, 共 24 分, 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的)

9. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的 ()。
(A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点 (C) 无穷间断点 (D) 连续点
10. 设函数 y_1, y_2, y_3 是微分方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ 的三个线性无关的解, C_1, C_2 是任意常数, 则微分方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ 的通解是 ()。
(A) $C_1 y_1 + C_2 y_2 - (C_1 + C_2) y_3$ (B) $C_1 y_1 + C_2 y_2 + (C_1 + C_2) y_3$
(C) $C_1 y_1 + C_2 y_2 + (1 - C_1 - C_2) y_3$ (D) $C_1 y_1 + C_2 y_2 - (1 - C_1 - C_2) y_3$

11. 设函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处 ().
- (A) 连续, 偏导数存在 (B) 连续, 偏导数不存在
(C) 不连续, 偏导数存在 (D) 不连续, 偏导数不存在
12. 设 a 为常数, 则级数为 $\sum_{n=1}^{\infty} [\frac{\sin(\pi a)}{n^2} - \frac{1}{\sqrt{n}}]$ ().
- (A) 发散 (B) 条件收敛
(C) 绝对收敛 (D) 收敛性与 a 取值有关
13. 设直线 L 为 $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$, 平面 Π 为 $x - y - z = 1$, 则 L 与 Π 的夹角为 ().
- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{4}$
14. 已知 $f(x)$ 以 2π 为周期的函数, 它在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为 $f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \leq x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$, 其傅里叶级数的和函数为 $s(x)$, 则 $s(\pi) = ()$.
- (A) $\frac{\pi^2 - \pi}{2}$ (B) π^2 (C) $-\pi$ (D) $\pi^2 - \pi$.

三. 解答题 (15-19 小题每小题 10 分, 20-23 小题每小题 11 分, 共 94 分, 解答应写出演算步骤或证明过程)

15. 设 $\begin{cases} x = \int_1^t \frac{\sin u}{u} du \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.
16. 已知点 $A(1, 0, 0)$ 和点 $B(0, 2, 1)$, 试在 z 轴上求一点 C , 使 $\triangle ABC$ 的面积最小, 并求其面积.
17. 设 $z = f(xy, \frac{x}{y})$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.
18. 计算 $I = \iint_D |x^2 + y^2 - 1| dx dy$, 其中 D 为 $x^2 + y^2 \leq 4$.

19. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数。
20. 验证曲线积分 $\int_{(1,1)}^{(3,4)} (6xy^2 - y^3)dx + (6x^2y - 3xy^2)dy$ 与路径无关，并计算此积分值。
21. 计算 $I = \iint_{\Sigma} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$ ，其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 介于平面的 $z=0$ 及 $z=h$ ($h>0$) 之间部分的下侧。
22. 设 $f(u)$ 具有二阶连续导数， $z = f(e^x \cos y)$ 满足 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (4z + e^x \cos y)e^{2x}$ ，若 $f(0)=0$ 、 $f'(0)=0$ ，求函数 $f(u)$ 的表达式。
23. 求空间曲面 $xy - z^2 + 1 = 0$ 上离原点最近的点，并求此最短距离。