

机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称： 概率论与线性代数(A)

科目代码： 814

考生注意事项

- 1、答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
- 2、所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效。
- 3、填（书）写必须使用 0.5mm 黑色签字笔。
- 4、考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
- 5、本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 四阶行列式 $D_4 = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (\quad)$

- (A) -144 (B) -121 (C) 121 (D) 144

2. 设 A, B 均为 n 阶矩阵 ($n > 1$)，且 A 可逆，则 ()

(A) $|2A| = 2|A|$ (B) $A^* = \frac{1}{|A|} A^{-1}$

(C) $r(A) = r(A^T)$ (D) $(AB)^k = A^k B^k$

3. 设 A, O 为矩阵，则下列结果正确的是 ()

(A) 若 $|A| = 0$ ，则 $A = O$ (B) 若 $A^2 = O$ ，则 $A = O$

(C) 若 $|A^2| = O$ ，则 $|A| = O$ (D) 若 A 不可逆，则 $A = O$

4. 初等矩阵 ()

- (A) 都可逆 (B) 相加仍是初等矩阵
(C) 行列式的值都等于 1 (D) 相乘仍是初等矩阵

5. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，而向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ 线性相关，则 ()

(A) α_1 必可由 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表出 (B) α_2 必可由 $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表出

(C) α_4 必可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出 (D) α_4 必不可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出

6. 若 A 是 $m \times n$ 阶矩阵，且秩 $r(A) < n$ ，则非齐次线性方程组 $Ax = b$ ()

- (A) 必有无穷多个解 (B) 可能无解
(C) 有唯一解 (D) 一定有解

7. 设 A 是可逆矩阵，则与 A 有相同的特征值的是 ()

(A) A^T (B) A^{-1} (C) A^* (D) A^2

8. 设随机事件 A 与 B 互为对立事件， $0 < P(A) < 1$ ，则 $P(A|\bar{B}) = (\quad)$

- (A) 0 (B) 0.25 (C) 0.5 (D) 1

注：所有答案必须写在答题纸上，试卷上作答无效！

第 2 页（共 4 页）

9. 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=k\} = a \frac{1+e^{-1}}{k!}$, $k=0,1,2,\dots$, 则常数

$a = (\quad)$

- (A) $\frac{1}{e-1}$ (B) $\frac{1}{e+1}$ (C) $\frac{e}{e-1}$ (D) $\frac{e}{e+1}$

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 未知. $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本, 则下列不是统计量的是 ()

- (A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ (B) $\max_{1 \leq i \leq n} X_i$ (C) $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2$ (D) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

11. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 若 $BA = B + 2E$, 则 $|B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若矩阵 $A^2 = A$, 且 $|A| = 0$, 则 A 的非零特征值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若向量组 $\alpha = (1, a, 2)^T$, $\beta = (2, 4, 4)^T$ 线性相关, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} 6(1-y), & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则

$P\{X > 0.5, Y > 0.5\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设总体 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} |x|, & |x| < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $\bar{X}$ 为取自总体 X 、容量

为 n 的样本均值, 则 $E(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 每小题 10 分, 共 90 分)

16. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$, $\lambda = 2$, E 为三阶单位矩阵.

(1) 计算 $\lambda E - A$; (2) 求 $\lambda E - A$ 的秩.

注: 所有答案必须写在答题纸上, 试卷上作答无效 !

第 3 页 (共 4 页)

17. 设方阵 A 满足 $A^2 - A - 2E = O$, 证明 A 可逆, 并求出 A^{-1} .

18. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, 求方程组 $Ax = b$ 的通解.

19. 用正交变换将二次型 $f = x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2$ 化为标准形.

20. 证明: 若 λ 是 n 阶矩阵 A 的特征值, 则 λ^{-1} 是 A^{-1} 的特征值.

21. 一个口袋中有 5 只同形状的球, 每只球是黑色还是白色的机会相等. 从中有放回地任取 4 次, 每次取 1 只. 求有 1 次取到白球、3 次取到黑球的概率.

22. 已知二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

求 (X, Y) 的联合分布函数.

23. 设总体 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\alpha}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$, 其中参数 $\alpha > 1$, $X_1, X_2, \dots, X_n$

是来自总体 X 的样本, 求参数 α 的矩估计量.

24. 设有一大批糖果, 每袋重量服从总体为 X 的正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 从总体中抽取容量为 $n = 16$ 的一个样本, 样本均值 $\bar{x} = 503.75$, 样本方差 $S^2 = 6.2022^2$.

求总体均值 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间. (已知 $t_{0.025}(15) = 2.1315$)