机密★启用前

重 庆 邮 电 大 学

2017 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目名称：概率论与线性代数（A 卷）

科目代码：814

考生注意事项

1、答题前，考生必须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2、所有答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效。
3、填（书）写必须使用 0.5mm 黑色签字笔。
4、考试结束，将答题纸和试题一并装入试卷袋中交回。
5、本试题满分 150 分，考试时间 3 小时。

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 如果 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2$，则 $\begin{vmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix} =$（　　　）

（A）4　　（B）8　　（C）12　　（D）16

2. 设 A，B 都是 n 阶可逆矩阵，$C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$，则 C 的逆矩阵是（　　　）

（A）$\begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & B^{-1} \end{pmatrix}$　　（B）$\begin{pmatrix} B^{-1} & 0 \\ 0 & A^{-1} \end{pmatrix}$

（C）$A^{-1}B^{-1}$　　（D）$\begin{pmatrix} 0 & A^{-1} \\ B^{-1} & 0 \end{pmatrix}$

3. 矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩为（　　　）

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

4. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，则下列向量组线性相关的是（　　　）

（A）α_1，$\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$　　（B）$\alpha_1+\alpha_2, \alpha_1-\alpha_2, -\alpha_3$

（C）$-\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_2+\alpha_3$，$\alpha_3-\alpha_1$　　（D）$\alpha_1-\alpha_2, \alpha_2-\alpha_3, \alpha_3-\alpha_1$

5. 设 α 和 β 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的任意两个解，则（　　　）

（A）$\alpha+\beta$ 是 $Ax=0$ 的解　　（B）$\alpha-\beta$ 是 $Ax=b$ 的解

（C）$k\alpha+l\beta$ 是 $Ax=b$ 的解，其中 $k+l=1$

（D）$k\alpha+l\beta$ 是 $Ax=0$ 的解，其中 $k+l=1$

6. 已知 A 为三阶正定矩阵，则 A 可能的特征值为（　　　）

（A）$3,\sqrt{-1},-1$　　（B）$3,2,-1$　　（C）$3,\sqrt{-1},1$　　（D）$1,3,4$

7. 若事件 A 与 B 互斥，且 $P(A)=0.5$， $P(A\cup B)=0.8$，则 $P(B)=$（　　）

（A）0.3　（B）0.4　（C）0.5　（D）0.1

8. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} a\sin x, & 0\le x\le \pi \\ 0, & 其他 \end{cases}$，则常数 $a=$（　　）

（A）1　（B）0.5　（C）0.25　（D）2

9. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率分布如下，则 $P\{X\le 0, Y\le 1\}=$（　　）

X \ Y	0	1	2
−1	0.2	0	0.1
0	0	0.4	0
1	0.1	0	0.2

（A）0.2　（B）0.4　（C）0.6　（D）0.8

10. 已知总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，X_1,X_2,X_3 是来自总体的样本，则下面不是统计量的为（　　）

（A）$\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$　（B）$X_1+X_2+2\mu$

（C）$\max(X_1+X_2+X_3)$　（D）$\frac{1}{\sigma^2}(X_1+X_2+X_3)$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$__________.

12. 若 $\beta=(1,2,t)^T$ 可由向量组 $\alpha_1=(2,1,1)^T,\alpha_2=(-1,2,7)^T$ 线性表出，则 $t=$__________.

13. 以 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 为矩阵的二次型是______________.

14. 设随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} ke^{-(x+y)}, & x>0,y>0 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$ ，则常数 $k=$ ________.

15. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自某总体 X 的样本，则总体 X 的期望 μ 的矩估计 $\hat{\mu}=$ ________.

三、解答题（本大题共 9 小题，每小题 10 分，共 90 分）

16. 设 $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，

(1) 求 A 的所有特征值；(2) A 是否相似于对角矩阵？

17. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 & 3 & 7 \\ 2 & -3 & 0 & 7 & -5 \\ 3 & -2 & 5 & 8 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 的秩.

18. 求解方程组$\begin{cases} 6x_1-2x_2+2x_3+x_4=0 \\ x_1-x_2+x_4=0 \\ 2x_1+x_3+3x_4=0 \end{cases}$.

19. 求一个正交变换，将二次型 $f=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$ 化为标准形.

20. 设 A 是 $m\times n$ 阶矩阵. 如果存在非零矩阵 B 满足 $AB=0$，证明 A 的秩 $r(A)<n$.

21. 已知随机变量 X 的概率分布为

X	1	3	5
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

（1）求 X 的分布函数；（2）求 $P\{1<X\le 3\}$.

22. 已知二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1+xy}{4}, & |x|\le 1,|y|\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

试判断 X 与 Y 是否独立.

23. 设随机变量 X 的概率密度 $f(x;\theta)=\begin{cases}e^{-(x-\theta)}, & x\ge\theta\\ 0, & x<\theta\end{cases}$，其中 θ 为未知参数，$\overline{X}$ 为样本均值.（1）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$；（2）问 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计量？

24. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 为未知参数. 试根据样本数据：$n=16$，样本均值 $\bar{x}=5.21$，样本标准差 $s=0.2203$，求出 μ 的置信水平为 $\alpha=0.95$ 的置信区间.（已知 $t_{0.025}(15)=2.1315$， $t_{0.025}(16)=2.1199$）

注：所有答案必须写在答题纸上，试卷上作答无效 ！