万学教育
UNIVERSAL EDUCATION GROUP

创造大学生的未来

中国人民大学

431 金融学综合

真题答案解析

2013 年

万学教育·海文考研
考研教学与研究中心

2013 年真题

【点评】本年份真题包括以下 3 种题型：40 分计算题、30 分简述题、30 分证明题。

和往年考试题目对比，题型变化很大，其中，题型变化最大的是计算题和证明题，难度明显增大。805 统计学在 2013 年考试风格经历了一次大规模的调整，由以往注重对基础知识的理解转为注重自己抽象出统计模型和应用，对知识点的理解程度要求更高。

【题目】1 袋子里有两种颜色的球红球 a 个白球 b 个

第一步从袋子里取出一个球丢掉

第二步从袋子里取出一个球，若和上一次取出的球颜色不同，则放回，回到第一步；若和上一次取出的球颜色相同，则丢掉，回到第一步。

证明取出的最后一个球是红球的概率是 1/2。

【解题】

证明：用数学归纳法：

归纳法，要找的是和结论无关的量进行归纳，即无论这个量怎么变化，结论不变。

之所以不能用摸球次数归纳是因为它只让证明取出最后一次是红的概率为1/2，并不是每次都是，只有每次都服从同一个规律才能按摸球次数归纳。本题，和结论无关的量很显然，只有a和b（未知）

~~①当k=2时，即a=1，b=1~~，记最后一个球是红球的概率为 $P_{a+b=k}(A)$，第i次取到红球为事件 A_i，取到白为 B_i

①当k=2时，即a=1，b=1，$P_2(A)=\frac{1}{2}$，∴k=2时成立；

②当k=3时，即a=2，b=1或a=1，b=2，

1)当a=2，b=1时，$P_3(A)=P\{A|A_1\}\cdot P(A_1)+P\{A|B_1\}\cdot P(B_1)$

相比k=2时多出的是红球，$=\frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+0\right]+\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{2}$

2)当a=1，b=2时，$P_3(A)=P\{A|A_1\}\cdot P(A_1)+P\{A|B_1\}\cdot P(B_1)$

相比k=2时多出的是白球，$=\frac{1}{3}\times 0+\frac{2}{3}\cdot\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right]=\frac{1}{2}$

∴ $k=3$ 时也成立（∵ 多出的是红、白球概率相等，∴ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$）

③ 假设 $k=n$ 时，$P_n(A)=\frac{1}{2}$，则当 $k=n+1$ 时有：分两种情况：

1 当多出的球（相比第n次）为红球时：

∵ 摸球与顺序无关，可以在开始摸球时把这个特殊的（多出来的）红球拿出，在第 $n-1$ 次摸完后再放入袋中，此时袋中只有两个球

~~$P_{n+1}(A)$ 考虑~~ $P_{n+1}(A)=\underbrace{P_n(A)\cdot 1}_{\text{此时(红,红)}}+(1-P_n(A))\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}P_n(A)=\frac{3}{4}$

1 当多出的球（相比第n次）为白球时

$P_{n+1}(A)=P_n(A)\cdot\frac{1}{2}+(1-P_n(A))\cdot 0=\frac{1}{2}P_n(A)=\frac{1}{4}$

∴ 无论多出的球为什么颜色，$P_{n+1}(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

∴ $k=n+1$ 时也得证

综上，对 $\forall k\in N^{*}(N\geq 2)$，$P_k(A)=\frac{1}{2}$

【分析】该题主要考察了两种摸球模型中的一种。

摸球模型共有两种类型：

第一种：可以弄清摸球每一步骤的情况，即每一步抽取概率可以计算得知的

这种情况用乘法模型直接计算即可。

第二种：摸球过程很复杂，前后摸球结果相互影响（eg.摸到红球则….，摸到白球则….），这种情况没办法直接计算得出。对于这种情况有两种处理方法，分别适用于两种情况。

本年的摸球模型就属于第二种情况。

此类问题的解决思路一般有两种：

1) 和带吸收壁的随机游走模型一样，我们先设过程中的一个状态，然后分析这个状态和前一个状态之间的关系（前一个状态是如何到达这个状态的），推导出第n次和第(n-1)次的关系式，然后用差分方程或其他方法，导出第n次的通项公式。

2) 利用数学归纳法的优势（适用于证明题），无论过程多么复杂，前2次的总还是简单的，然后假设第k次也成立，去推导第(k+1)次也成立，即可证明。

当要证明概率为定值时选取第二种思路，否则选择第一种思路。

【题目】2. 证明 n 维正态随机向量的分量相互独立的充要条件是他们两两不相关。

【解题】

证明：必要性显然，以下只证充分性：

① 先求出n维正态随机向量所构成分布的特征函数

$$f(t)=\int_{\mathbb{R}^n} e^{it^T x} p(x)\,dx=\frac{1}{(2\pi)^{n/2}(\det\Sigma)^{\frac{1}{2}}}\int_{\mathbb{R}} e^{it^T x}\exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)\right\}dx$$

$\because \Sigma$ 为正定矩阵，$\therefore \exists \mathbb{L}$，$\det(\mathbb{L})\neq 0$，使 $\Sigma=\mathbb{L}\mathbb{L}^T$

作 $y=\mathbb{L}^{-1}(x-\mu)$ 则 $x=\mathbb{L}y+\mu$， $dx=(\det\Sigma)^{\frac{1}{2}}dy$

$(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)=[\mathbb{L}^{-1}(x-\mu)]^T[\mathbb{L}^{-1}(x-\mu)]=y^Ty$

$it^Tx=it^T\mathbb{L}y+it^T\mu=i(\mathbb{L}^Tt)^Ty+it^T\mu$

再令 $s=\mathbb{L}^Tt$，则

$it^Tx-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)=is^Ty+it^T\mu-\frac{1}{2}y^Ty=i\mu^Tt+\sum_{k=1}^{n}(is_ky_k-\frac{1}{2}y_k^2)$

$=i\mu^Tt-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(y_k-is_k)^2-\frac{1}{2}t^T\Sigma t$

$\therefore f(t)=\frac{e^{i\mu^Tt-\frac{1}{2}t^T\Sigma t}}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}(\det\Sigma)^{\frac{1}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(y_k-is_k)^2\}(\det\Sigma)^{\frac{1}{2}}dy$

$=e^{i\mu^Tt-\frac{1}{2}t^T\Sigma t}=e^{i\sum_{k=1}^{n}\mu_kt_k-\frac{1}{2}t^T\Sigma t}$

② 若设各分量为 $\xi_1,\cdots,\xi_n$，由题 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 两两不相关，则有对 $\forall j\neq k$

$\rho_{jk}=\frac{E(\xi_j-E\xi_j)(\xi_k-E\xi_k)}{\sqrt{D\xi_j}\sqrt{D\xi_k}}=0$ 即 $\sigma_{jk}=E(\xi_j-E\xi_j)(\xi_k-E\xi_k)=0$

$\therefore \frac{1}{2}t^T\Sigma t=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\sigma_{kk}t_k^2$ $\therefore f(t)=\prod_{k=1}^{n}e^{i\mu_kt_k-\frac{1}{2}\sigma_{kk}t_k^2}=\prod_{k=1}^{n}f_{\xi_k}(t_k)$

$f_{\xi_k}(t_k)$ 正是第 k 个分量的正态概率密度，$\therefore$ 独立性得证，证毕

【分析】本题考查的是特征函数的应用，具体来说是《概率论基础》第四章第六节多元正态分布的内容。这一部分有一个重要的定理就是：对 n 元正态分布来说，独立性与不相关性等价。这一证明需要熟练掌握，书中有详细证明。除此之外，顺便提及另一个重要知识点。除正态分布场合下独立性与不相关性等价外，两个二值随机变量独立与不相关也等价，这一内容见《概率论基础》第三版 213 页。

【题目】3 设昆虫在树叶上产卵数 X 服从参数为λ的泊松分布，而只有树叶上有卵时才能判断是否有昆虫。在又设观察到的虫卵数 Y，P（Y=i）=P（X=i|X>0），求 P（Y 为偶数）和 E（Y）。

【解题】

解：$P\{Y=i\}=P\{X=i|X>0\}=\begin{cases}0, & i=0\\ \frac{P\{X=i\}}{P\{X>0\}}=\frac{\frac{\lambda^i}{i!}e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}}=\frac{\lambda^i}{i!(e^{\lambda}-1)}, & i>0\end{cases}$

$$P\{Y=2k\}=\begin{cases}0, & k=0\\ \dfrac{\lambda^{2k}}{(2k)!(e^{\lambda}-1)}, & k\neq 0 \text{ 且 } k\in N\end{cases}$$

$$\therefore P\{Y\text{为偶数}\}=\sum_{k=0}^{\infty}0+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{2k}}{(2k)!(e^{\lambda}-1)}=\frac{1}{e^{\lambda}-1}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{2k}}{(2k)!}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{2k}}{(2k)!}\right)'=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{2k-1}}{(2k-1)!}\quad \text{令}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{2k}}{(2k)!}=f(\lambda)\quad \because 1+f(\lambda)+f'(\lambda)=e^{\lambda}$$

$$f'(\lambda)+f(\lambda)=e^{\lambda}-1\quad \therefore f(\lambda)=e^{-\int d\lambda}\left(\int(e^{\lambda}-1)e^{\int d\lambda}d\lambda+C\right)$$

$$=e^{-\lambda}\left(\int(e^{\lambda}-1)e^{\lambda}d\lambda+C\right)=\frac{1}{2}e^{\lambda}-1+Ce^{-\lambda}\quad \because f(0)=C-\frac{1}{2}=0\quad \therefore C=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda^{2k}}{(2k)!}=\frac{1}{2}e^{\lambda}+\frac{1}{2}e^{-\lambda}-1\qquad \therefore P\{Y\text{为偶数}\}=\frac{1}{e^{\lambda}-1}\left(\frac{1}{2}e^{\lambda}+\frac{1}{2}e^{-\lambda}-1\right)=\frac{e^{\lambda}+e^{-\lambda}-2}{2(e^{\lambda}-1)}$$

$$E(Y)=\sum_{i=0}^{\infty}i\cdot P\{Y=i\}=\sum_{i=1}^{\infty}i\cdot\frac{\lambda^{i}}{i!(e^{\lambda}-1)}=\frac{\lambda}{e^{\lambda}-1}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\lambda^{i-1}}{(i-1)!}=\frac{\lambda e^{\lambda}}{e^{\lambda}-1}\qquad =\frac{1}{2}+\frac{e^{-\lambda}-1}{2(e^{\lambda}-1)}$$

【分析】本题考查的是概率与实际生活结合，涉及的知识点并不难，重要的是能够正确理解题意。在理解题意的基础上需要进行稍微复杂的计算即可求出结果。对于这一类型的题目，应先将已知条件用概率语言表达出来，看离所求还差哪些。这一类型题目主要考察概率论中常用分布的一些性质和特点，因而在平时的学习中应注意熟练掌握常用的一些分布。

【题目】4． 2n+1 个独立同分布样本，分布函数是 F(x)，求中位数 $x_{(n+1)}$ 的分布

【解题】

解：取 $x_{(n+1)}\in[x,x+\Delta x]$，则等价于：

$(2n+1)$个观测值中有n个落在$(-\infty,x]$，n个落在$[x+\Delta x,+\infty)$，1个落在$(x,x+\Delta x]$

$$\therefore \text{有}\ F_{n+1}(x+\Delta x)-F_{n+1}(x)=\frac{(2n+1)!}{n!\,1!\,n!}[F(x)]^{n}\cdot[F(x+\Delta x)-F(x)]\cdot[1-F(x+\Delta x)]^{n}$$

同除Δx，令$\Delta x\to 0$，则有

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{F_{n+1}(x+\Delta x)-F_{n+1}(x)}{\Delta x}=\frac{(2n+1)!}{(n!)^{2}}[F(x)]^{n}p(x)[1-F(x)]^{n}$$

$$\therefore \text{中位数}x_{(n+1)}\text{的分布密度函数为}\ p_{n+1}(x)=\frac{(2n+1)!}{(n!)^{2}}[F(x)]^{n}p(x)[1-F(x)]^{n},$$

其中 $p(x)=\frac{d}{dx}[F(x)]$

【分析】本题考查《数理统计学》第一章次序统计量分布的推导，在推导过程中运用了微分和取极限以及排列组合的知识，是一个重要的知识点，应熟练掌握次序统计量分布的推导思想。这一知识点一般不作为一个题目单独出现，常常在题中应用到，因此如果能记住最大和最小次序统计量，一般能简化计算过程。

【题目】5. 设走进某商店的顾客数是均值为 50 的随机变量。又设这些顾客所花的钱数是相互独立、均值为 100 元的随机变量。再设任一顾客所花的钱数和进入该商店的总人数相互独立。试问该商店一天的平均营业额是多少？

【解题】

解：设进入商店的顾客数为 N，第 i 位顾客所花钱数为 X_i，$EX_i=EX$

根据重期望公式，$E[\sum_{i=1}^{N}X_i]=E[E(\sum_{i=1}^{N}X_i|N)]$

先固定 N：$E[\sum_{i=1}^{N}X_i|N=n]=E[\sum_{i=1}^{n}X_i|N=n]\xrightarrow{\text{独立性}}E[\sum_{i=1}^{n}X_i]=nEX$

$\therefore E[\sum_{i=1}^{N}X_i|N]=NEX$ $\therefore E[\sum_{i=1}^{N}X_i]=E(NEX)\xrightarrow{\text{独立性}}EN\cdot EX$

$\because EN=50$，$EX=100$，$\therefore E[\sum_{i=1}^{N}X_i]=50\times100=5000$(元)

$\therefore$ 该商店一天的平均营业额为 5000 元。

【分析】本题考查的是概率论基础第四章重期望的性质，为重期望性质的简单应用。要想得出计算结果并不难，难点在于如何正确用概率语言表示出来，这需要对期望有深入的理解。本题来自 Ross 的《概率论基础教程》，书中还有很多相似的例题，考生可以自行参考学习。

【题目】6.已知 Y_1，……，Y_n 是相互独立的随机变量，且均服从 $U(0,\theta)$。求 θ 的矩估计和最大似然估计，并求他们的均方误差 $E(\hat{\theta}-\theta)^2$。

【解题】

解：①矩估计

$\mu=EY=\frac{\theta}{2}$，$\cancel{\sigma^2=\mathrm{Var}Y=\frac{\theta^2}{12}}$ $\theta=2\mu$

用 $\bar{Y}$ 替换 μ，则 $\hat{\theta}_1=2\bar{Y}=2\cdot\frac{1}{n}(y_1+y_2+\cdots+y_n)=\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$

$$MSE(\hat{\theta}_1)=E(\hat{\theta}_1-\theta)^2=E[(\hat{\theta}_1-E\hat{\theta}_1)+(E\hat{\theta}_1-\theta)]^2=E(\hat{\theta}_1-E\hat{\theta}_1)^2=Var(\hat{\theta}_1)=\frac{4}{n^2}\sum_{i=1}^{n}Var(y_i)$$

$$=\frac{4}{n^2}\times n\times\frac{\theta^2}{12}=\frac{\theta^2}{3n}$$

②最大似然估计

$L(y;\theta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta^n}$，∵分布的支撑$\{x|0<x\le\theta\}$与$\theta$有关，∴不能用微分法，只能用定义法

∵$L(y;\theta)$关于θ递减，又$\theta\ge x_{(n)}$ ∴θ取$x_{(n)}$时$L(\theta)$达到最大，

∴最大似然估计 $\hat{\theta}_2=x_{(n)}$

$y=x_{(n)}$的分布函数：$F_\theta(y)=P\{Y\le y\}=[F(y)]^n \ (0<y<\theta)$ 其密度函数 $p_\theta(y)=n[F(y)]^{n-1}p(y)=\frac{ny^{n-1}}{\theta^n} \ (0<y<\theta)$

$$\therefore E(\hat{\theta}_2)=\int_0^\theta y\cdot p_\theta(y)dy=\int_0^\theta n\frac{y^n}{\theta^n}dy=\frac{n}{\theta^n}\cdot\frac{1}{n+1}y^{n+1}\Big|_0^\theta=\frac{n}{n+1}\cdot\frac{1}{\theta^n}(\theta^{n+1}-0)=\frac{n}{n+1}\theta$$

$$MSE(\hat{\theta}_2)=E(\hat{\theta}_2-\theta)^2=E(\hat{\theta}_2-E\hat{\theta}_2)^2+|E\hat{\theta}_2-\theta|^2$$

$$=E(\hat{\theta}_2)^2-\cancel{E\hat{\theta}}(E\hat{\theta}_2)^2+|E\hat{\theta}_2-\theta|^2$$

$$E(\hat{\theta}_2)^2=\int_0^\theta y^2p_\theta(y)dy=\int_0^\theta n\frac{y^{n+1}}{\theta^n}dy=\frac{n}{\theta^n}\cdot\frac{1}{n+2}y^{n+2}\Big|_0^\theta=\frac{n}{n+2}\cdot\theta^2$$

$$\therefore MSE(\hat{\theta}_2)=\frac{n}{n+2}\theta^2-\left(\frac{n}{n+1}\theta\right)^2+\left[\frac{n}{n+1}\theta-\theta\right]^2$$

$$=\frac{2n+2}{(n+2)(n+1)^2}\theta^2=\frac{2}{(n+1)(n+2)}\theta^2$$

【分析】本题为数理统计的最基本题型之一，传统数理统计中参数估计最基本的方法即点估计和区间估计，其中点估计中最基本的也是我们需要熟练掌握的即矩估计和最大似然估计。本题是从计算角度考察这两种点估计方法的，还需掌握这两种点估计方法的思想，这也是重要考点所在。

【题目】7.求证 var(Y) = E(var(Y|X)) + var(E(Y|X)) 并谈谈你对它的理解和应用。

【解题】

①证明：

$$E[Var(Y|X)]=E[E(Y^2|X)-(E(Y|X))^2]=E[E(Y^2|X)]-E[(E[Y|X])^2]$$

$$=EY^2-E[(E[Y|X])^2]$$

$\because Var(E[Y|X]) = E[(E[Y|X])^2] - [E(E[Y|X])]^2 = E[(E[Y|X])^2] - [EY]^2$

$\therefore E[Var(Y|X)] + Var(E[Y|X]) = EY^2 - (EY)^2 = DY = Var(Y)$

$\therefore$ 得证

② 理解：将这一公式放到一元回归方程的背景下，该公式表示：

回归方程中某一点，真值与预测值的偏差由系统误差和随机误差两部分构成.

② 应用：

1) ~~由于该公式可以通过两个随~~ 可应用于计算随机个随机变量的方差

2) 可~~帮助~~为我们减少回归误差提供一个思路，即从减少系统误差 [$E(Var(Y|X))$ 着手减少回归误差，因为随机误差并不容易控制.

【分析】本题考查的是公式的证明及其含义。关于公式的证明，考察的是方差和期望相关性质的应用，为基本知识考点。关于对这一公式理解以及应用，观察公式的形式发现式中常出现 Y|X 和方差，容易联想到一元线性回归。在一元线性回归中，认为 X 为非随机变量，Y|X 表示在已知 X 值的情况下随机变量 Y 的取值，因而在一元线性回归的背景下，这一公式的涵义很显然，即一元线性回归误差项的分解。

【题目】8. 谈谈你对双因素方差分析的理解。

【解题】

1、方差分析的思想：

(1) 方差分析的适用情形：

检验多个总体均值是否存在差异的问题~~，通常要求这多个总体方差具有齐性~~

(2) 适用数据类型：

① 所检验的多个总体方差相等，即具有方差齐性。 ② 独立试验

(3) 具体实施过程：[设有r个总体，为了方便表示，设r个总体的观测数都相等，均有m个观测]　y_{ij}表示第i个总体的第j个观测

令 $S_T = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{m}(y_{ij} - \bar{y})^2$，$S_T$表示总的偏差平方和

因S_T可分解为组间方差S_A和组内方差S_E，$S_T = S_A + S_E$

$S_A = m\sum_{i=1}^{r}(\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y})^2$　　　　$S_E = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{m}(y_{ij} - \bar{y}_{i\cdot})^2$

显然，组间方差越小，组内方差越大，各总体间差异越小，

∴构造这样的F统计量，$F=\dfrac{S_A/f_A}{S_E/f_E}$ [f_A，f_E分别为S_A、S_E的自由度]

∵数据越多，一般S_A，S_E就越大，为消除不同自由度的影响，分子、分母同除各自的自由度

易知拒绝域的形式为 $W=\{F\geq F_{1-\alpha}(f_A,f_E)\}$

(4) 单因素方差分析统计模型

μ为~~所有试验各水平均值~~所有试验结果的均值的平均

μ_i为第i个水平下的均值，　$a_i=\mu_i-\mu$，ε_{ij}为随机误差

则 $\begin{cases} y_{ij}=\mu+a_i+\varepsilon_{ij} \\ \sum_{i=1}^{r} a_i=0 \\ \varepsilon_{ij}\text{相互独立且均服从}N(0,\sigma^2) \end{cases}$

$H_0: a_1=a_2=\cdots=a_r=0$

$H_1: a_1,a_2,\cdots,a_r$不全为0

2、双因素方差分析

~~(1)无交互作用~~ 双因素方差分析，即误差来源除随机因素引起的误差，还有2个主要因素对实验结果造成影响，我们要研究的是两个因素各自对试验结果是否造成影响，两因素间是否存在交互作用，如存在，它们之间的交互作用对试验结果有无影响。

【分析】本题考查的是《概率论与数理统计》中方差分析的内容，方差分析为数理统计中一个十分重要的内容，对理解程度的要求很高。同时，在深入理解方差分析思想的基础上，有助于对回归分析的理解。回归分析也是数理统计中一个十分重要的内容。对于这类简述题一定要全面作答，从适用范围、定义、统计量构造以及检验过程推导等方面作答。对于本题，如果有能力，可以进一步将双因素方差分析分为有交互作用的和无交互作用的进一步作答，过程与一元方差分析类似。

【题目】9.一元线性回归中有三个检验：X 与 Y 的相关系数检验，模型显著性检验以及 X 的回归系数的检验，谈谈你对它们的理解和它们之间的相互关系。

【解题】

1. 进行3个检验的原因:

三个检验都是通过作以下的假设检验来判断回归方程是否有意义:

$H_0: \beta_1=0$ $\quad H_1: \beta_1\neq 0$ $\quad$（回归方程 $\hat{y}=\hat{\beta}_1 x+\hat{\beta}_0$）

拒绝 H_0，则回归方程显著。

2. 在一元线性回归中三者的关系:

在一元线性回归中三种检验等价，可相互替代，任选其一即可（多元中只有推广后的模型显著性检验即F检验可使用）

3. 三者的检验统计量和数值关系: 以下 $S_R=\sum(\hat{y}_i-\bar{y})^2$，$S_E=\sum(y_i-\hat{y}_i)^2$，$S_T=S_R+S_E$

相关系数检验: 检验统计量即样本相关系数

$$r=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2\sum(y_i-\bar{y})^2}}=\sqrt{\frac{S_R}{S_T}},\quad \text{拒绝域形式 } W=\{|r|\geq r_{1-\alpha/2}(n-2)\}$$

模型显著性检验: $F=\dfrac{S_R}{S_E/(n-2)}$，拒绝域形式 $W=\{F\geq F_{1-\alpha}(1,n-2)\}$

回归系数检验:

$$t=\frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\sigma}/\sqrt{l_{xx}}}=\frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{\frac{S_E\hat{\beta}_1^2}{S_R(n-2)}}}=\sqrt{\frac{S_R}{S_E/(n-2)}}$$

拒绝域形式 $W=\{|t|>t_{1-\alpha/2}(n-2)\}$

可以看出，$t^2=F$，$r^2=\dfrac{S_R}{S_T}=\dfrac{S_R}{S_R+S_E}=\dfrac{S_R/S_E}{S_R/S_E+1}=\dfrac{F/(n-2)}{F/(n-2)+1}=\dfrac{F}{F+(n-2)}$

【分析】本题考查的是一元线性回归的三个有关回归模型有效性的检验——相关系数检验、模型显著性检验以及回归系数检验。在一元线性回归中，三个检验是等价的，检验统计量数值上具有一定关系。考生应熟练掌握一元线性回归中三个检验统计量的构造以及它们相互之间的数量关系。

集团总部地址：北京市海淀区北四环西路66号中国技术交易所大厦A座17层
万学主网：http://www.wanxue.cn 考研频道
百度教育 万学教育 智能矩阵超级学习系统：http://s.wanxue.cn