

《数学分析》考试大纲

1. 函数

- 1.1 掌握实数概念及其基本性质。掌握实数绝对值的概念和有关的不等式。
- 1.2 掌握邻域概念，掌握确界定理。
- 1.3 掌握函数的概念及各种表示方法，掌握复合函数和反函数的概念。
- 1.4 掌握有界函数与无界函数、单调函数、奇函数和偶函数、周期函数等概念。
- 1.5 掌握六类基本初等函数的定义和性质。
- 1.6 掌握常用的几个非初等函数，如符号函数，狄利克雷函数等。

2. 数列极限

- 2.1 掌握数列极限的 $\varepsilon - \quad$ 的定义，会使用“ $\varepsilon - \quad$ 语言”证明数列的极限。
- 2.2 正确理解和掌握收敛数列的性质。
- 2.3 掌握单调有界原理，致密性定理及 Cauchy 收敛准则。

3. 函数极限

- 3.1 掌握函数极限的 $\varepsilon - M$ 和 $\varepsilon - \delta$ 定义。
- 3.2 掌握函数极限的性质。
- 3.3 掌握函数极限存在的条件，掌握归结原则及柯西准则。
- 3.4 掌握重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 和 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ 及其应用。
- 3.5 正确理解和掌握无穷大和无穷小的概念及无穷小的阶。

4. 函数的连续性

- 4.1 掌握连续函数的概念，掌握间断点及其分类。
- 4.2 掌握连续函数的局部性质，掌握闭区间上连续函数的性质。
- 4.3 掌握反函数的连续性，掌握函数的一致连续性。
- 4.4 掌握初等函数在其定义域上的连续性。

5. 导数与微分

- 5.1 掌握导数的概念及其几何意义。
- 5.2 掌握求导法则，掌握参变量函数的导数法则，掌握高阶导数的求法。
- 5.3 掌握微分的概念及其几何意义。

5.4 掌握微分的运算法则, 了解高阶微分, 了解微分在近似计算中的应用。

6. 微分中值定理及其应用

6.1 熟练掌握中值定理的条件、结论和证明方法。

6.2 掌握不定式极限的求法, 熟练掌握洛必达法则及其应用。

6.3 掌握泰勒公式, 掌握用多项式逼近函数的思想。

6.4 会分析函数的性态, 会求函数的单调区间和极值, 会判断函数的凸性和拐点, 会较完善地作出函数的图形。

7. 实数的完备性

7.1 理解区间套概念, 能熟练使用区间套定理。

7.2 掌握聚点概念及各种等价定义, 能熟练使用聚点定理。

7.3 理解(开)覆盖的定义并且会用集合术语表达, 体会如何构造开覆盖并且会用开覆盖定理。

7.4 知晓实数完备性的六种等价说法及其证明。

8. 原函数与不定积分

8.1 掌握原函数定义及唯一性(不计常数)。

8.2 掌握不定积分的定义、性质。

8.3 熟练使用换元公式和分部积分公式。

8.4 了解有理函数不定积分的计算方法。

8.5 了解某些其它类型不定积分的计算方法。

9. 定积分(Riemann 积分)

9.1 深入理解定积分概念及其产生背景。

9.2 熟练掌握可积性的判别准则及可积函数类。

9.3 熟练掌握定积分的性质及积分中值定理。

9.4 重点掌握微积分学基本定理和 Newton-Leibniz 公式。

9.5 熟练使用定积分工具解决几何、物理和学科的问题。

10. 反常积分

10.1 深入理解反常积分概念及其产生背景。

10.2 熟练使用反常积分的收敛判别法。

11. 数项级数

11.1 深入理解数项级数的概念及其产生背景。

11.2 直观理解绝对收敛和条件收敛概念。

11.3 熟练使用正项级数和一般项级数的收敛判别法。

12. 函数列、函数项级数和幂级数

12.1 深入理解逐点收敛和一致收敛概念，重点在一致收敛。

12.2 熟练使用一致收敛的 Cauchy 准则及收敛判别法。

12.3 掌握一致收敛函数列（函数项级数）之极限函数（和函数）的分析性质，
即连续性、可积性、可微性。

12.4 能熟练求出一个幂级数的收敛半径、收敛区间和收敛域。

12.5 熟知幂级数在其收敛区间上的性质（内闭一致收敛性、连续性、逐项可积和
逐项可导性）。

12.6 掌握将光滑函数展为幂级数的基本方法。

13. 傅里叶（Fourier）级数

13.1 深入理解傅里叶级数及其产生的物理背景。

13.2 会做一个可积函数的傅里叶级数。

13.2 掌握三角函数系的正交性、Bessel 不等式和 Riemann-Lebesgue 引理。

13.4 了解有关傅里叶级数收敛性的一些结果。

14. 多元函数微分学

14.1 掌握平面点集的一些概念：邻域、内点、界点、聚点、区域、闭区域、有界
区域、无界区域等。

14.2 掌握二元函数和二元函数极限的定义，弄清二重极限与累次极限的区别及其
联系。

14.3 掌握二元连续函数的定义以及性质。

14.4 理解可微性的条件、几何意义及应用。

14.5 熟练计算偏导数和高阶偏导数。

14.6 了解方向导数与梯度的定义。

14.7 会运用泰勒公式解决极值问题。

15. 隐函数

15.1 理解隐函数的概念及存在性的条件。

15.2 了解隐函数组的概念及定理并掌握几何运用。

15.3 掌握条件极值的求法。

16. 含参变量的积分

16.1 掌握含参量正常积分及反正常积分。

16.2 掌握一致收敛的判别法。

16.3 理解欧拉积分并会应用。

17. 重积分

17.1 掌握二重积分的概念，理解二重积分的可积函数类与性质。

17.2 掌握二重积分的计算，掌握二重积分的变量变换和二重积分的应用。

17.3 掌握三重积分的概念。

17.4 掌握三重积分的计算，掌握三重积分的变量变换和应用。

18. 曲线积分与曲面积分

18.1 正确理解第一型曲线积分和第二型曲线积分的概念。

18.2 掌握第一型曲线积分和第二型曲线积分的计算。

18.3 会运用格林公式和积分与路径无关的条件解决问题。

18.4 正确理解第一型曲面积分和第二型曲面积分的概念。

18.5 掌握第一型曲面积分和第二型曲面积分的计算。

18.6 会运用高斯公式和斯托克斯公式。

18.7 了解场的概念和各种场。

《高等代数》考试大纲

1. 行列式

- 1.1 了解排列的概念及性质。
- 1.2 熟练掌握行列式的概念、性质。
- 1.3 掌握行列式的计算方法。
- 1.4 熟悉克拉姆法则。
- 1.5 对矩阵及矩阵的初等变换有初步的了解。

2. 线性方程组

- 2.1 掌握 n 维向量及 n 维向量空间的概念，熟练掌握向量的运算。
- 2.2 熟练掌握向量组的线性相关性，理解向量组的极大无关组。
- 2.3 深刻理解向量组的秩和矩阵的秩的定义，掌握矩阵秩的计算方法。
- 2.4 熟练掌握线性方程组的有解判别定理。
- 2.5 正确理解和掌握齐次线性方程组的基础解系的概念和计算方法，熟练掌握线性方程组的解的结构定理，会求解线性方程组。

3. 矩阵

- 3.1 了解矩阵概念的一些背景。
- 3.2 熟练掌握矩阵的运算及运算律。
- 3.3 掌握矩阵乘积的行列式定理，矩阵乘积的秩与它的因子的秩的关系。
- 3.4 深入理解矩阵可逆、逆矩阵、伴随矩阵等概念，掌握方阵可逆的充要条，会用伴公式法求矩阵的逆矩阵。
- 3.5 理解分块矩阵的意义，掌握分块矩阵的运算及性质。
- 3.6 正确理解和掌握初等矩阵、初等变换的概念及它们的关系，熟练掌握利用初等变换方法求矩阵的逆矩阵。
- 3.7 了解分块乘法的初等变换，会将矩阵分块与初等变换结合进行矩阵运算。

4. 二次型

- 4.1 正确理解二次型非退化线性替换的概念，掌握二次型的矩阵表示，掌握矩阵合同的概念与性质。
- 4.2 掌握化二次型为标准形的方法。

4.3 深刻理解对称矩阵与二次型的关系，掌握对称矩阵的性质。

4.4 掌握惯性定理，熟练掌握正定二次型的等价条件。

4.5 掌握半正定二次型的等价条件。

5. 线性空间

5.1 掌握集合与映射的相关概念。

5.2 熟练掌握线性空间及其基于维数等相关概念。

5.3 会求线性空间的基与维数。

5.4 掌握基变换与坐标变换的公式，。

5.5 熟练掌握线性子空间的概念及其判定方法。

5.6 掌握子空间的交与和的定义及性质，熟练掌握维数公式。

5.7 深刻理解子空间的直和的概念，掌握判定直和的充要条件。

5.8 理解并掌握线性空间同构的定义、性质及有限维空间同构的充要条件。

6. 线性变换

6.1 理解并掌握线性变换的定义及性质。

6.2 掌握线性变换的运算及运算律，理解线性变换的多项式。

6.3 掌握线性变换与矩阵的关系，掌握矩阵相似的概念及性质。

6.4 理解并掌握矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的概念及性质，会求矩阵的特征值和特征向量，掌握哈密尔顿-凯莱定理。

6.5 掌握线性变换的值域与核的概念及相关理论。

6.6 了解不变子空间与线性变换矩阵化简之间的关系。

7. 欧几里得空间

7.1 深刻理解并掌握欧几里得空间的基本概念和理论。

7.2 掌握向量的内积和向量的度量性质。

7.3 正确理解正交向量组、标准正交基的概念，掌握施密特正交化方法。

7.4 理解并掌握正交变换的概念与等价条件，掌握正交变换与向量长度、标准正交基以及正交矩阵的关系。

7.5 理解两个子空间正交的概念，掌握正交与直和的关系。

7.6 熟练掌握实对称矩阵的进一步性质。

8. 多项式

- 8.1 了解多项式的定义与基本运算。
- 8.2 掌握多项式整除的概念、性质与带余除法。
- 8.3 掌握最大公因式的概念、存在性与求法, 掌握多项式互素的概念与相关性质。
- 8.4 掌握不可约多项式的概念、性质。
- 8.5 了解因式分解定理以及复系数与实系数多项式的因式分解定理。
- 8.6 了解重因式的概念以及多项式有重因式的充要条件。
- 8.7 了解多项式函数的概念、余数定理、代数基本定理。
- 8.8 掌握求有理系数多项式的全部有理根的方法以及 Eisenstein 判别法。

9. λ -矩阵

- 9.1 了解 λ -矩阵的定义、 λ -矩阵的初等变换、 λ -矩阵的标准形以及 λ -矩阵的行列式因子、不变因子等概念, 了解 λ -矩阵等价的充要条件, 掌握用初等变换将 λ -矩阵化为标准形的方法。
- 9.2 掌握矩阵初等因子的概念、求法以及数字矩阵相似的充要条件。
- 9.3 了解矩阵的 Jordan 标准形以及有理标准形的概念, 掌握矩阵的 Jordan 标准形的求法, 了解矩阵有理标准形的求法。

《常微分方程》考试大纲

1. 初等积分法

- 1.1 掌握微分方程与解的基本定义，认识常微分方程课程的整体结构。
- 1.2 掌握分离变量法，会用该方法求解变量可分离方程。
- 1.3 掌握两类可转化为可分离变量形式微分方程的解法，重点掌握齐次方程解法。
- 1.4 掌握一阶线性常微分方程的解法——常数变易法，会用该方法求解非齐次方程。
- 1.5 掌握全微分方程及积分因子的基本概念，掌握全微分方程求解法，会用积分因子法将非全微分方程转化为全微分方程。
- 1.6 掌握参数法求解一阶隐式微分方程，具体会解 4 种形式的一阶隐式微分方程。
- 1.7 掌握几种可降阶的高阶方程的解法。
- 1.8 介绍一阶微分方程应用举例 1. 等角轨线；2. 在动力学中的应用。

2. 基本定理

- 2.1 了解微分方程定性理论的发展背景，掌握微分方程解的几何意义。
- 2.2 重点掌握解的存在性与唯一性定理，理解定理条件。
- 2.3 掌握可延展解与不可延展解的定义，掌握不可延展解的存在定理和性质。
- 2.4 掌握奇解概念及求解奇解的方法。掌握包络的概念及求解包络的方法。掌握克莱洛方程的类型及求解方法。
- 2.5 掌握解对初值的连续依赖性和解对初值的可微性。

3. 一阶线性微分方程组

- 3.1 掌握线性微分方程组的一般理论及微分方程组所有解的代数结构。
- 3.2 掌握齐线性微分方程组的基解矩阵。
- 3.3 掌握非齐方程组的常数变易法。
- 3.4 掌握运用特征根求解常系数齐线性微分方程组的基解矩阵。常系数非齐次线性微分方程组的通解公式。
- 3.5 掌握常系数齐次线性微分方程组的基解矩阵为 $\phi(x) = e^{xA}$ 。

4. n 阶线性微分方程

- 4.1 掌握 n 阶线性齐次方程的一般理论，包括通解结构、基本解组的概念；掌握

非齐次线性微分方程的通解结构, 已知齐次方程通解会运用常数变易法求非齐方程通解。

- 4.2 重点 n 阶常系数线性齐次方程解法, 即运用特征方程的特征根求解 n 阶常系数齐线性方程的通解。
- 4.3 掌握系数比较法求解 n 阶常系数线性非齐次方程的运算技巧。
- 4.4 理解二阶常系数线性方程与振动现象的关系。
- 4.5 了解拉普拉斯变换。

5. 常微分方程解的稳定性介绍

- 5.1 掌握常微分方程解稳定性概念, 及稳定性的判定方法。
- 5.2 掌握李雅普诺夫第二方法。
- 5.3 了解平面自治系统基本概念, 了解某些平面定性理论。

《复变函数》考试大纲

1. 复数及其几何表示

- 1.1 掌握复数及其运算, 掌握复数域概念。
- 1.2 掌握复数的几种表示方法。
- 1.3 掌握复数的球极射影、复球面、无穷大及扩充的复平面等概念。
- 1.4 掌握内点、聚点、边界点、开集、闭集及紧集等复平面拓扑概念。
- 1.5 掌握简单曲线及光滑曲线概念, 掌握若尔当定理。

2. 复变函数

- 2.1 掌握复变函数以及复变函数的极限、连续、可微和解析等概念。
- 2.2 熟练掌握柯西-黎曼条件。
- 2.3 掌握辐角函数, 了解多值函数。
- 2.4 掌握支点概念, 掌握指数函数、对数函数、幂函数及三角函数等初等函数。

3. 复变函数的积分

- 3.1 掌握复变函数积分的定义及性质。
- 3.2 掌握多边形区域周界的积分性质, 掌握积分与原函数的关系。
- 3.3 熟练掌握柯西定理。
- 3.4 熟练掌握柯西公式并会运用该公式进行积分计算。
- 3.5 掌握莫雷拉定理。

4. 级数

- 4.1 掌握级数和数列的基本性质, 掌握复数项级数和复数序列的收敛性及收敛的条件。
- 4.2 掌握幂级数的收敛性, 掌握幂级数的收敛半径的求法。
- 4.3 掌握解析函数的泰勒展式, 掌握解析函数泰勒展式的唯一性。
- 4.4 掌握解析函数的零点、零点的阶及零点的孤立性。
- 4.5 掌握解析函数的洛朗展式和洛朗级数, 掌握洛朗展式的唯一性。
- 4.6 掌握解析函数的孤立奇点, 掌握孤立奇点的判别方法。
- 4.7 掌握解析函数在无穷远点的性质。

5. 留数

- 5.1 掌握留数概念及留数定理, 掌握留数的计算方法。

5.2 掌握留数在计算定积分和广义积分计算中的应用。

6. 保形映射

6.1 掌握单叶解析函数概念及性质。

6.2 掌握导数的几何意义。

6.3 掌握分式线性函数的概念，掌握分式线性函数的构成。

6.4 掌握分式线性函数的映射性质。

6.5 掌握两个特殊的分式线性函数：把上半平面保形映射成单位圆盘的分式线性函数；把单位圆盘保形映射成单位圆盘的分式线性函数。

6.6 了解最大模原理。

《实变函数》考试大纲

1. 集合与基数

- 1.1 掌握集合概念及其运算:De Morgan 公式。
- 1.2 熟练掌握集合基数概念。
- 1.3 重点掌握可数集合的性质。
- 1.4 了解不可数无穷集。
- 1.5 掌握邻域、内部、导集、开集、闭集、完备集的概念。
- 1.6 掌握开集、闭集、完备集、Borel 集的性质及构造。

2. 测度理论

- 2.1 掌握外测度的定义及其性质。
- 2.2 重点掌握测度的定义及其性质。
- 2.3 重点掌握一维空间点集的测度：开集的测度，闭集的测度。
- 2.4 了解乘积空间点集的测度。

3. 可测函数

- 3.1 掌握可测函数的定义及其性质。
- 3.2 掌握几乎处处的概念。
- 3.3 重点掌握 Egoroff 定理。
- 3.4 重点掌握可测函数的结构及 Lusin 定理。
- 3.5 重点掌握依测度收敛。

4. 积分理论

- 4.1 掌握非负可测函数积分的定义及性质。
- 4.2 掌握可测函数积分的定义及性质。
- 4.3 重点掌握 Levi 定理。
- 4.4 重点掌握 Fatou 引理。
- 4.5 重点掌握 Lebesgue 控制收敛定理。
- 4.6 了解 Lebesgue 有界收敛定理。
- 4.7 了解 Fubini 定理。
- 4.8 了解不定积分。

《近世代数》考试大纲

1. 基本概念

- 1.1 理解集合的概念，了解元素与集合之间的关系，以及集合之间的运算。
- 1.2 理解映射的概念，能在集合之间建立映射关系，并判断两个映射是否相同。
- 1.3 掌握代数运算的概念及其满足的运算律，能建立有限集合之间的运算表。
- 1.4 掌握同态映射和同构映射的概念，理解同态与同态满射的关系，并能判定映射是否是同态满射或是单射，掌握具有同态满射的集合之间的联系。
- 1.5 理解关系和等价关系的概念，掌握等价关系和分类之间的转换定理，和熟练判定给定的关系是否是等价关系，并熟悉剩余类的基本特性，以便为群、环提供典型的范例，能建立整数间给定的模的剩余类

2. 群

- 2.1 熟悉群的定义，理解左、右单位元，左、右逆元的意义，掌握有限群、无限群、群的阶和交换群的概念。
- 2.2 理解群同构、同态的定义，掌握群同态的有关性质。
- 2.3 掌握循环群的定义和由生成元决定循环群的性质与特点，熟练掌握剩余类加群的性质和运算，知道循环群可以与整数加群或模为 n 的剩余类加群同构。
- 2.4 了解变换群的定义，理解置换群定义，掌握对称群中元素的乘法、元素求逆等运算，理解循环置换、对换定义。
- 2.5 了解子群的定义以及子群与子群之间的关系，掌握正规子群的定义和判定条件及其性质，理解商群的定义。
- 2.6 掌握陪集的定义，以及与等价关系和分类之间的关系，了解子群与陪集之间的映射关系，掌握关于群的阶数和指数的几个重要定理。
- 2.7 理解群同态和同构的定义，重点掌握群同态基本定理和群同构定理，掌握群同态基本定理和同构定理证明的应用。

3. 环与域

- 3.1 理解环和交换环的定义，熟悉单位元、逆元和零因子的性质并能熟练运用，掌握消去律与零因子的关系。
- 3.2 理解整环、除环和域的定义，理解环特征的定义，掌握判别环是除环、域的方法。

- 3.3 了解子环、子除环、子域定义，掌握判别子环、子域的方法。
- 3.4 理解理想、主理想的定义，会判别一个理想子环是否为主理想子环。
- 3.5 掌握素理想、极大理想的概念，并了解这两类理想的判别方法。
- 3.6 了解商环的定义，熟悉模 n 的剩余类的运算，了解在同态映射下的两个环相互之间的关系、性质，掌握环的同态基本定理。

4. 唯一分解整环

- 4.1 了解整环元素整除的定义，了解单位、相伴元、真因子、既约元的定义及之间关系。
- 4.2 理解唯一分解环的定义，掌握判别唯一分解环的方法。
- 4.3 理解主理想整环、欧氏环的定义，了解与其相关的定理。

5. 域的扩张

- 5.1 了解扩域的定义和相关定理，理解单扩域、素域的定义。
- 5.2 了解超越元，单超越扩域；代数元，单代数扩域的定义。