

# 沈阳师范大学

## 2020 年全国硕士研究生招生考试大纲

科目代码：850

科目名称：数学分析一

适用专业：基础数学、计算数学、应用数学、  
运筹学与控制论

制订单位：沈阳师范大学

修订日期：2019 年 9 月

# 《数学分析一》考试大纲

## 一、课程简介

数学分析是数学专业的基础课之一。主要内容包括：实数理论；极限理论；一元函数和多元函数的微分学理论；级数理论和积分理论。主要培养学生严格的逻辑思维能力和推理论证能力；熟练的运算能力与运算技巧；提高建立数学模型、并应用微积分这一工具解决实际问题应用问题的能力。

## 二、考查目标

主要考察考生对数学分析的基本理论和基本方法的理解和掌握情况及抽象思维能力、逻辑推理能力和运算能力。

## 三、考试内容及要求

### 第一章 实数集与函数

#### 一、考核知识点

- 1、实数的概念；实数的性质；绝对值不等式。
- 2、函数：函数的概念；函数的定义域和值域；复合函数；反函数。
- 3、函数的几何特性：单调性；奇偶性；周期性。

#### 二、考核要求

**识记：**函数的概念和表示方法。

**简单应用：**会求解或证明简单绝对值不等式；会求函数的定义域和值域。

### 第二章 数列极限

#### 一、考核知识点

- 1、数列极限的概念（ $\varepsilon-N$  定义）。
- 2、数列极限的性质：唯一性、有界性、保号性。
- 3、数列极限存在的条件：单调有界原理、两边夹法则。

#### 二、考核要求

**识记：**有界数列与无穷大数列。

**简单应用：**

- 1、理解和掌握数列极限的概念。
- 2、会使用  $\varepsilon-N$  语言证明数列的极限。
- 3、掌握数列极限的基本性质、运算法则以及数列极限的存在条件(单调有界原理和两边夹法则)，并能运用它们求数列极限。

### 第三章 函数极限

#### 一、考核知识点

- 1、极限的概念（ $\varepsilon-\delta$  定义、 $\varepsilon-M$  定义）；单侧极限的概念。
- 2、函数极限的性质：唯一性；局部有界性；局部保号性。
- 3、函数极限存在的条件：归结原则，单调有界定理
- 4、两个重要极限。

#### 二、考核要求

**识记：**单侧极限的概念以及求法。无穷小量和无穷大量的概念性质和运算法则，无穷小量与无穷大量的比较。

**简单应用：**

- 1、理解和掌握函数极限的概念，会使用语  $\varepsilon-\delta$  语言以及  $\varepsilon-M$  语言证明函数

的极限。

2、掌握函数极限的基本性质、运算法则，会使用归结原理证明函数极限不存在。

3、掌握两个重要极限并能利用它们来求极限。

#### 第四章 连续函数

##### 一、考核知识点

1、函数连续的概念：一点连续的定义；在区间上连续的定义；单侧连续的定义；间断点的分类。

2、连续函数的性质：局部性质及运算；闭区间上连续函数的性质（最值性、有界性、介值性、一致连续性）；复合函数的连续性；反函数的连续性。

3、初等函数的连续性。

##### 二、考核要求

**识记：**反函数、复合函数以及初等函数的连续性；函数间断点的分类。

**简单应用：**

1、理解与掌握函数连续性、一致连续性的定义以及它们的区别和联系。

2、会证明具体函数的连续以及一致连续性。

**综合应用：**

闭区间上连续函数的性质及应用。

#### 第五章 导数与微分

##### 一、考核知识点

1、导数概念：导数的定义；单侧导数；导数的几何意义。

2、求导法则：初等函数的求导；反函数的求导；复合函数的求导；隐函数的求导；参数方程的求导；导数的运算(四则运算)。

3、微分：微分的定义；微分的运算法则；微分的应用。

4、高阶导数。

##### 二、考核要求

**识记：**函数左、右导数的概念以及分段函数求导方法，导函数的介值定理。

**简单应用：**

1、能熟练地运用导数的运算性质和求导法则求函数的（高阶）导数和微分。

2、理解和掌握可导与可微、可导与连续的概念及其相互关系。

#### 第六章 微分中值定理及应用

##### 一、考核知识点

1、中值定理：罗尔中值定理；拉格朗日中值定理；柯西中值定理。

2、函数的单调性与极值。

3、泰勒公式。

4、函数凹凸性与拐点。

5、几种特殊类型的未定式极限与洛必达法则。

##### 二、考核要求

**识记：**泰勒公式及在近似计算中的应用；某些函数的泰勒公式；函数作图。

**简单应用：**理解和掌握中值定理的内容、证明及其在证明等式和不等式中的应用。

**综合应用：**

1、理解和掌握函数的单调性和凹凸性，会使用这些性质求函数的极值点以及

拐点。

- 2、能根据函数的单调性、凹凸性、拐点、渐近线等。
- 3、能熟练地运用洛必达法则求未定式的极限。

## 第七章 实数的完备性

### 一、考核知识点

1、实数系六大基本定理：确界原理；单调有界定理；闭区间套定理；致密性定理；柯西收敛准则；有限覆盖定理。

2、闭区间上连续函数性质的证明：有界性定理的证明；最值性定理的证明；介值性定理的证明；一致连续性定理的证明。

### 二、考核要求

**识记：**了解 6 个实数完备性定理。

**简单应用：**

- 1、理解和掌握闭区间上连续函数性质及其证明。
- 2、会使用开覆盖、聚点定理和闭区间套定理证明简单问题。

## 第八章 不定积分

### 一、考核知识点

- 1、不定积分概念。
- 2、换元积分法与分部积分法。
- 3、有理函数和可化为有理函数的函数的积分。

### 二、考核要求

**识记：**原函数和不定积分概念以及它们的关系。

**简单应用：**理解和掌握；熟记不定积分基本公式，掌握换元积分法、分部积分法，会求初等函数、有理函数、三角函数的不定积分。

## 第九章 定积分

### 一、考核知识点

- 1、定积分的概念；定积分的几何意义。
- 2、定积分存在的条件：可积的必要条件和充要条件；达布上和与达布下和；可积函数类(连续函数，只有有限个间断点的有界函数，单调函数)。
- 3、定积分的性质：四则运算；绝对值性质；区间可加性；不等式性质；积分中值定理。
- 4、定积分的计算：变上限积分函数；牛顿-莱布尼兹公式；换元公式；分部积分公式。

### 二、考核要求

**识记：**定积分概念、可积的条件以及可积函数类。

**简单应用：**理解和掌握；熟练掌握和运用牛顿-莱布尼兹公式，换元积分法，分部积分法求定积分。

## 第十章 定积分的应用

### 一、考核知识点

- 1、定积分的几何应用：求平面图形的面积；求平面曲线的弧长；求已知截面面积的立体或者旋转体的体积；求旋转曲面的面积。
- 2、定积分的物理应用：求质心；求功；求液体压力。

### 二、考核要求

**识记：**定积分的物理应用：求质心；求功；求液体压力

**简单应用：**求平面图形的面积；求平面曲线的弧长；求已知截面面积的立体或

者旋转体的体积；求旋转曲面的面积。

## 第十一章 反常积分

### 一、考核知识点

1、无穷限的反常积分：无穷限的反常积分的概念；无穷限的反常积分的敛散性判别法。

2、无界函数的反常积分：无界函数的反常积分的概念；无界函数的反常积分的敛散性判别法。

### 二、考核要求

**识记：**反常积分的收敛、发散、绝对收敛、条件收敛的概念。

#### 简单应用：

1、理解和掌握；掌握反常积分的柯西收敛准则。

2、会判断某些反常积分的敛散性。

3、会用阿贝尔判别法和狄利克雷判别法证明反常积分的收敛性。

## 第十二章 数项级数

### 一、考核知识点

1、无穷级数收敛、发散的概念；收敛级数的基本性质；柯西收敛原理。

2、正项级数：比较判别法；达朗贝尔判别法；柯西判别法；积分判别法。

3、任意项级数：绝对收敛与条件收敛的概念及其性质；交错级数与莱布尼兹判别法；阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。

### 二、考核要求

**识记：**绝对收敛和条件收敛的概念和性质。

#### 综合应用：

1、理解和掌握正项级数的收敛判别法以及交错级数的莱布尼兹判别法；

2、掌握一般项级数的阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。

## 第十三章 函数项级数

### 一、考核知识点

1、一致收敛的概念。

2、一致收敛的性质：连续性定理；可积性定理；可导性定理。

3、一致收敛的判别法；M-判别法；阿贝尔判别法；狄利克雷判别法。

### 二、考核要求

**识记：**函数项级数和函数列一致收敛的概念、性质。

#### 综合应用：

1、理解和掌握一致收敛的概念、性质及其证明。

2、能够熟练地运用M-判别法判断一些函数项级数的一致收敛性。

3、会证明极限函数及函数项级数的和函数的连续性、可积性及可微性。

## 第十四章 幂级数

### 一、考核知识点

1、幂级数的概念以及幂级数的收敛半径、收敛区间、收敛域及和函数。

2、幂级数的性质。

3、函数展开成幂级数。

### 二、考核要求

**识记：**幂级数的概念。

**简单应用：**会求幂级数的和函数以及它的收敛半径、收敛区间、收敛域和和函数。

**综合应用：**掌握幂级数的性质以及两种将函数展开成幂级数的方法，会把一些函数直接或者间接展开成幂级数。

## 第十五章 傅里叶级数

### 一、考核知识点

- 1、傅里叶级数：三角函数系的正交性；傅里叶系数。
- 2、以  $2\pi$  为周期的函数的傅里叶级数。
- 3、以  $2L$  为周期的傅里叶级数。
- 4、收敛定理的证明。

### 二、考核要求

**识记：**三角函数系的正交性与傅里叶级数的概念，收敛定理的证明。

**简单应用：**会求以  $2\pi$  为周期的函数的傅里叶级数。

## 第十六章 多元函数极限与连续

### 一、考核知识点

- 1、平面点集与多元函数的概念。
- 2、二元函数的二重极限、二次极限。
- 3、二元函数的连续性。

### 二、考核要求

**识记：**二元函数的二重极限、二次极限的概念以及它们之间的关系。平面点集的几个基本定理以及闭区域上多元连续函数的性质。

**简单应用：**会计算一些简单的二元函数的二重极限和二次极限。

## 第十七章 多元函数的微分学

### 一、考核知识点

- 1、偏导数与全微分：偏导数与全微分的概念；可微与可偏导、可微与连续、可偏导与连续的关系。
- 2、复合函数求偏导数以及隐函数求偏导数。
- 3、空间曲线的切线与法平面以及空间曲面的切平面和法线。
- 4、方向导数与梯度。
- 5、多元函数的泰勒公式。

### 6、极值和条件极值

### 二、考核要求

**识记：**多元函数的泰勒公式，梯度的概念。

**简单应用：**理解和掌握偏导数、全微分、方向导数、梯度的概念及其计算。

### 综合应用：

- 1、要求：掌握多元函数可微、可偏导和连续之间的关系；会证明多元函数的可微性。
- 2、会求空间曲线的切线与法平面以及空间曲面的切平面和法线；
- 3、会求函数的极值、最值。

## 第十八章 隐函数存在定理

**一、考核知识点：**、隐函数：隐函数存在定理；反函数存在定理；雅克比行列式。

### 二、考核要求

**识记：**隐函数的概念及隐函数存在定理

**简单应用：**会求隐函数的导数

## 第十九章 含参积分

### 一、考核知识点

1、含参变量积分：积分与极限交换次序；积分与求导交换次序；两个积分号交换次序。

2、含参变量反常积分：含参变量反常积分的一致收敛性；一致收敛的判别法；欧拉积分、B函数、 $\Gamma$ 函数。

## 二、考核要求

**识记：**积分号下求导数的方法；B函数、 $\Gamma$ 函数的性质及其相互关系。

### 综合应用：

1、理解和掌握含参变量反常积分的一致收敛性以及一致收敛的判别法。

2、证明含参积分所确定函数的连续性、可积性和可微性。

## 第二十章 重积分

### 一、考核知识点

1、重积分概念：重积分的概念；重积分的性质。

2、二重积分的计算：用直角坐标计算二重积分；用极坐标计算二重积分；用一般变换计算二重积分。

3、三重积分计算：用直角坐标计算三重积分；用柱面坐标计算三重积分；用球面坐标计算三重积分。

4、重积分应用：求物体的质心、转动惯量；求立体体积，曲面的面积；求引力。

## 二、考核要求

**识记：**重积分在物理中的应用。了解柱面坐标和球面坐标。

**简单应用：**理解和掌握二重、三重积分的各种积分方法和特点。

**综合应用：**会选择最合适的方法进行积分，掌握并合理运用重积分的对称性简化计算。

## 第二十一章 曲线积分

### 一、考核知识点

1、第一型曲线积分：第一型曲线积分的概念、性质与计算；第一型曲线积分的对称性。

2、第二型曲线积分：第二型曲线积分的概念、性质与计算；两类曲线积分的联系。

3、格林公式：曲线积分与路径的无关的四种等价叙述。

## 二、考核要求

**识记：**第一型曲线积分和第二型曲线积分的实际意义，两类曲线积分的联系。

**简单应用：**掌握第一型曲线积分和第二型曲线积分的计算公式，会用公式计算两类曲线积分。

### 综合应用：

1、掌握曲线积分与路径无关的条件和判断方法，

2、理解和掌握格林公式，会用格林公式计算第二型曲线积分。

## 第二十二章 曲面积分

### 一、考核知识点

1、第一型曲面积分：第一型曲面积分的概念、性质与计算；第一型曲面积分的对称性。

2、第二型曲面积分：曲面的侧；第二型曲面积分的概念、性质与计算；两类曲面积分的联系。

3、高斯公式。

4、斯托克斯公式。

## 二、考核要求

**识记：**两类曲面积分的概念，梯、散度和旋度的概念。

**简单应用：**理解和掌握两类曲面积分的概念、性质与计算。

**综合应用：**

1、理解和掌握高斯公式和斯托克斯公式，并能利用它们求解曲面积分。

### \* 关于能力层次的说明：

**识记：**要求学生能知道本章节中有关的概念、定理的含义，并能正确认识和表述。

**领会：**要求在识记的基础上，能全面把握本章中的基本概念、基本原理、基本方法，能掌握有关概念、定理、方法的区别与联系。

**简单应用：**要求在领会的基础上，能运用本章中的基本概念、基本规律中的少量知识点分析和解决有关的理论问题和实际问题。

**综合应用：**要求在简单应用的基础上，能运用本章中或者其它章节中学过的多个知识点，综合分析和解决比较复杂的问题。

## 四、考试形式和试卷结构

1、试卷满分及考试时间

试卷满分为150分，考试时间为180分钟

2、答题方式

答题方式为闭卷，笔试。

3、试卷内容结构

基本概念 24 分；计算和证明 126 分。

4、试卷题型结构

题型包括选择题、计算题、证明题、解答题。

## 五、参考书目

1.《数学分析》华东师范大学数学系，高等教育出版社，2010年；

2.《数学分析》郭大钧等，山东科学技术出版社，1982年。