

# 上海交通大学硕士研究生（单考）入学考试

## 数学考试大纲

### 一. 考试的基本要求

要求考生比较系统地理解微积分与线性代数的基本概念和基本理论，掌握微积分和线性代数的基本方法。要求考生具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、比较熟练的运算能力以及综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

### 二. 考试方法与考试时间

上海交通大学研究生入学数学考试（单独考试）为笔试，考试时间为3小时。

### 三. 试卷的结构与题型

试卷结构

高等数学 约占 50%

线性代数 约占 50%

题型 填空题 20%

选择题 20%

计算题、应用题 50—60%

证明题 0—10%

### 四. 考试内容

说明：以下“考试内容”分为“高等数学”和“线性代数”两个部分。按要求程度的不同，我们对概念性理论性问题区分为“理解”和“了解”，前者要求高于后者；对方法类问题区分为“掌握”和“会”，前者要求高于后者。

#### 第一部分：高等数学

##### 2. 函数、极限、连续

理解函数的概念；了解函数的性质（单调性，有界性，周期性和奇偶性等）；了解反函数、复合函数和隐函数的概念；理解基本初等函数的性质与图形。

了解各类极限的概念；理解极限与单侧极限的关系；掌握极限的性质和运算法则；掌握极限存在的准则（夹逼定理、单调有界极限存在定理）并会运用它们求极限；理解无穷小、无穷大的概念，会确定无穷小的阶和利用等价无穷小求极限。（主要是概念和计算）

理解函数连续的概念，会判断间断点的类型；了解初等函数的连续性；了解闭区间上连续函数的性质并会应用于简单问题。

##### 2. 一元函数微分学

理解导数和微分的概念；理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线和法线；了解函数的可导与连续之间的关系；了解高阶导数的概念。

掌握导数和微分的四则运算法则以及复合函数求导的链式法则；掌握基本初等函数的导数公式表；会求初等函数的一阶和二阶导数；会求隐函数和由参数方程确定的函数的一阶导数和其中较简单函数的二阶导数。

理解 Rolle 定理和 Lagrange 定理，并会应用它们解决一些简单问题。

掌握用 L'Hospital 法则求极限的方法。

掌握用导数判断（或求）函数的单调性、极值点和最值点的方法；掌握函数 凸性的判断和曲线拐点的求法。

### 3. 一元函数积分学

了解定积分概念的实际背景，了解不定积分的概念；理解定积分和不定积分 的性质。

掌握变上限积分的概念与性质；理解并熟悉 Newton—Leibniz 公式。

掌握换元积分法和分部积分法；了解简单有理函数和简单无理函数积分的一般方法。

了解广义积分的概念并会进行计算。

### 4. 常微分方程

了解微分方程及其有关基本概念（阶数、解、通解、特解等）。

会解一阶变量可分离方程、齐次方程、线性方程、Bernoulli 方程，并能应用于解决一些实际问题；会通过降阶法解  $y''' = f(x)$ ,  $y''' = f(x, y')$ ,  $y''' = f(y, y')$  等三种类型方程。

了解一般线性微分方程的特性和解的结构；掌握二阶常系数齐次方程的解法 和二阶常系数非齐次方程（自由项为  $e p(x)$ ,  $n \alpha x e (A \cos x B \sin x)$ ,  $x^\beta \beta^\alpha p(x)$  其中  $p(x)$  为  $n$  次多项式， $\alpha, \beta, A, B$  为常数）的解法。

### 4. 向量代数和空间解析几何（这部分不单独命题）

理解向量的概念；掌握向量的各种运算并了解相应的几何意义；掌握向量夹角的求法和向量平行、垂直的条件。

理解空间直角坐标系的概念；理解向量、单位向量和方向余弦的坐标表示；掌握用坐标进行向量各种运算的方法。

掌握平面和直线的各种方程及其求法；了解曲面方程的概念；了解常用二次曲面的方程和图形，会求绕坐标轴旋转的旋转曲面和母线平行坐标轴的柱面 的方程；了解空间曲线的参数方程和一般方程。

### 5. 多元函数微分学

理解多元函数（主要是二元函数）的概念；理解偏导数和全微分的概念；掌握复合函数（包括隐函数）的一、二阶偏导数的求法。

了解全微分存在的充分条件和必要条件。

了解曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念，并会求其方程。

理解多元函数极值的概念，会求二元函数的极值，并会应用于解决简单的实际问题。

理解条件极值的概念，会用 Lagrange 乘数法求条件极值并会应用于解决简单的实际问题。

### 6. 多元函数积分学

理解重积分的概念；了解重积分的性质；掌握二重积分（直角坐标和极坐标）的计算方法。

理解两类曲线积分的概念并了解它们的性质和关系；掌握两类曲线积分的计算方法。理解 Green 公式的形式和意义；掌握第二类曲线积分与路径无关的条件；会求全微分的原函数；会应用重积分和曲线积分解决几何上的有关简单问题

### 8. 无穷级数

理解常数项无穷级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念；理解级数的基本性质和收敛的必要条件。

了解级数绝对收敛和条件收敛的概念以及它们的关系。

理解几何级数和  $p$  级数的敛散性；掌握正项级数的比较判别法和比值判别法；掌握交错级数的 Leibniz 定理；会估计收敛的交错级数的绝对误差。

了解函数项级数的收敛、收敛域以及和函数的概念；掌握幂级数收敛半径和收敛区间的求法；了解幂级数在其收敛区间的基本性质并能由此求出某些幂级数的和函数；掌握  $e$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln x$ ,  $(1+x)$  和  $e^x$  的 Maclaurin 展开式，并会利用它们将一些简单函数展开为幂级数。

## 第二部分：线性代数

### 1. 行列式

掌握行列式的性质并会熟练地运用它们进行行列式的计算。

掌握二阶、三阶行列式的计算；掌握  $n$  阶简单行列式（例如：三角行列式、对称行列式等）和范德蒙行列式等特殊行列式的计算方法；会利用行列式的性质计算简单的  $n$  阶行列式。

掌握克拉默（Cramer）法则，会用克拉默法则求解相应的线性方程组。

### 2. 矩阵

理解矩阵及其有关的基本概念，了解单位矩阵、对角矩阵、对称矩阵、反对称矩阵等特殊的矩阵。

理解矩阵的加法、数乘、乘法、转置等运算的概念及相应的性质。

理解逆矩阵的概念和性质以及矩阵可逆的充要条件，了解奇异矩阵与非奇异矩阵的概念，掌握用初等变换法求逆矩阵的方法，会用伴随矩阵法求逆矩阵，会利用逆矩阵解简单的矩阵方程。

理解矩阵的初等变换和初等矩阵的概念，理解矩阵的初等变换的性质。理解矩阵的秩的概念，掌握用初等变换求矩阵的秩的方法，掌握矩阵秩的一些常用结论

### 2. $n$ 维向量与线性方程组

掌握解线性方程组的高斯（Gauss）消元法。

理解线性方程组解的存在定理和齐次线性方程组有非零解的充要条件，掌握非齐次线性方程组有唯一解、无穷多组解以及无解的判别法。理解  $n$  维向量的概念及其运算；理解向量组的线性表示、线性相关以及线性无关的概念并掌握有关的判别法；了解向量组等价的概念，理解向量组的极大线性无关组与向量组的秩的概念；掌握向量组的秩与矩阵的秩之间的关系；掌握关于向量组的线性表示、线性相关、极大线性无关组与秩的一些主要结论。

理解齐次线性方程组解的性质与结构，了解齐次线性方程组的基础解系和通解的概念，熟练掌握其基础解系和通解的求法。

理解非齐次线性方程组解的性质与结构，掌握其特解的求法，掌握利用其解的性质构造其通解的方法。

### 3. 矩阵的对角化

理解矩阵的特征值与特征向量的概念和性质，并掌握其求法；会用这些性质计算矩阵多项式的特征值和特征向量、求逆矩阵和伴随矩阵的特征值和特征向量，判别矩阵特征值的可能取值、求矩阵的行列式等；了解实对称矩阵的特征值与特征向量的性质。

理解相似矩阵的概念及性质，了解相似矩阵的特征多项式相同、特征值相同、矩阵多项式仍相似等结论。

理解相似对角矩阵的概念以及矩阵能相似于对角矩阵的充要条件，掌握求矩阵的相似对角矩阵和相似变换矩阵的方法，会利用矩阵的相似对角化计算矩阵的乘幂（主要是某些三阶矩阵的高次幂）。