

---

# 沈阳理工大学 842 高等代数大纲

考试科目代码 : 842      考试科目名称: 高等代数

## 考试要求

1. 掌握基本的代数运算方法，包括：一元多项式运算（带余除法，辗转相除法，综合除法等），行列式的计算，矩阵运算（乘法、求秩、判别方阵的可逆性及求逆、求方阵的特征值及特征向量、分块矩阵等），线性方程组解的判定及求解等；

掌握基本的代数分析技巧，包括：一元多项式的整除性及因式分解，向量的线性相关和线性无关性，向量空间的基与维数，向量空间的同构，线性方程组解的结构，线性变换和矩阵的关系，线性变换（方阵）可对角化的判定，对称矩阵与二次型；

2. 掌握代数的基本几何背景，理解代数与几何的关系，包括：欧氏空间，正交变换与正交矩阵，对称变换与对称矩阵，主轴定理，利用二次型理论化简二次曲面方程。

## 考试内容范围:

### 一、 一元多项式

1. 一元多项式的定义和基本运算；
2. 多项式的带余除法与综合除法，多项式整除性的常用性质；
3. 多项式的最大公因式概念及性质，辗转相除法；
4. 不可约多项式的概念及性质，多项式的唯一因式分解定理，多项式的重因式；
5. 多项式函数与多项式的根的概念及性质；
6. 代数基本定理，复数域和实数域上多项式的因式分解定理；
7. 整系数多项式的有理根，Eisenstein 判别法。

### 二、 行列式

- 
1. 线性方程组和行列式的关系，逆序数、排列、 $n$  阶行列式定义，子式和代数余子式  
定义；
  - 2 利用行列式的性质计算行列式
  3. 行列式依行依列展开；
  4. 克拉默法则。

### 三、 线性方程组

1. 利用消元法求解线性方程组；
2. 矩阵的秩的概念，用矩阵的初等变换求秩；
3. 线性方程组可解的判别法；

### 四、 矩阵

1. 矩阵的线性运算、乘法、转置及其运算法则；
2. 逆矩阵概念，矩阵可逆的判定条件及可逆矩阵的性质，求可逆矩阵的逆矩阵的方法；
3. 矩阵的分块法，分块矩阵的运算法则。

### 五、 向量空间

1. 向量空间及子空间的定义；
2. 向量组线性相关、线性无关的定义，向量组线性相关性的判定条件和性质，向量组的极大无关组；
3. 向量空间的基与维数，过渡矩阵及坐标变换公式；
4. 向量空间的同构及其性质；
5. 矩阵的秩与向量组的秩的关系及计算；
6. 齐次线性方程组的解空间与基础解系；线性方程组的结构式通解。

### 六、 线性变换

- 
1. 线性映射的概念及其相关性质，线性映射与矩阵的关系；
  2. 线性变换的概念及其相关性质，线性变换与矩阵的关系；
  3. 不变子空间及其性质；
  4. 线性变换的本征值和本征向量、方阵的特征值和特征向量；
  5. 可以对角化的矩阵。

## 七、 欧氏空间

1. 向量空间中向量的内积、长度、夹角的定义及性质；
2. 规范正交基，Schmidt 正交化方法；
3. 正交变换与正交矩阵的定义和性质，旋转变换与镜面反射变换的定义及性质；
4. 正交补空间的定义及性质，正射影的定义及计算；
5. 对称变换的定义和性质，实对称矩阵的性质，实对称矩阵的正交相似对角化。

## 八、 二次型

1. 二次型与对称矩阵，矩阵的合同关系；
2. 复数域和实数域上的二次型，惯性定理；
3. 利用配方法、初等变换、正交变换方法化二次型为标准型；
4. 正定二次型与正定矩阵的定义及性质，实对称矩阵正定的判定条件；
5. 半正定二次型与半正定矩阵的定义及性质，实对称矩阵半正定的判定条件。

## 参考书目：

1. 张禾瑞，郝鈞新，《高等代数》(第五版)，高等教育出版社，2007年
2. 北京大学数学系前代数小组，《高等代数》(第四版)，高等教育出版社，2013年
3. 李师正，《高等代数解题方法与技巧》，高等教育出版社，2004年
4. 杨子胥，《高等代数习题解（上下册）》，山东科学技术出版社，2015年