

# 浙江师范大学硕士研究生入学考试初试科目 考 试 大 纲

科目代码、名称： 681 数学分析

适用专业： 070100 数学（一级学科）、071101 系统理论、071400 统计学（一级学科）

## 一、考试形式与试卷结构

### （一）试卷满分及考试时间

本试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

### （二）答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

试卷由试题和答题纸组成；答案必须写在答题纸（由考点提供）相应的位置上。

### （三）试卷题型结构

全卷一般由九个大题组成，具体分布为

是非判断题：3 小题，每小题 6 分，共 18 分

简答题：2~3 小题，每小题 6 分，共 12~18 分

计算题：5~6 小题，每题 8 分，约 40~48 分

分析论述题（包括证明、讨论、综合计算）：6 大题，每题 10~15 分，约 70~80 分

## 二、考查目标（复习要求）

要求考生掌握数学分析课程的基本概念、基本定理和基本方法，能够运用数学分析的理论分析、解决相关问题。

## 三、考查范围或考试内容概要

本课程考核内容包括实数理论和连续函数、一元微积分学、级数、多元微积分学等等。

### 第一章 实数集与函数

1. 了解邻域，上确界、下确界的概念和确界原理。
2. 掌握函数复合、基本初等函数、初等函数及常用特性。  
(单调性、周期性、奇偶性、有界性等)
3. 掌握基本初等不等式及应用。

### 第二章 数列极限

1. 熟练掌握数列极限的 $\epsilon$ - $N$  定义。
2. 掌握收敛数列的常用性质。
3. 熟练掌握数列收敛的判别条件  
(单调有界原理、迫敛性定理、Cauchy 准则、压缩映射原理、Stolz 变换等)。

4. 能够熟练求解各类数列的极限。

### 第三章 函数极限

1. 深刻领会函数极限的“ $\varepsilon$ - $\delta$ ”定义及其它变式。
2. 熟练掌握函数极限存在的条件及判别。  
(归结原则, 柯西准则, 左、右极限、单调有界等)。。
3. 熟练应用两个重要极限求解较复杂的函数极限。
4. 理解无穷小量、无穷大量的概念; 会应用等价无穷小求极限;  
熟悉等价无穷小、同阶无穷小、高阶无穷小及其性质。

### 第四章 函数连续性

1. 掌握函数在某点及在区间上连续的几种等价定义, 尤其是 $\varepsilon$ - $\delta$ 定义。
2. 熟悉函数间断点及类型。
3. 熟练掌握闭区间上连续函数的三大性质及其应用。
4. 熟练掌握区间上一致连续函数的定义、判断和应用。
5. 知道初等函数的连续性。

### 第五章 导数和微分

1. 掌握导数的定义、几何意义, 领悟其思想内涵; 熟悉单边导数概念及应用。
2. 掌握求导四则运算法则、熟记基本初等函数的导数。
3. 熟练掌握复合函数求导的链式法则。
4. 掌握参量函数、隐函数的求导法、对数求导法。
5. 熟练掌握乘积函数求导的 Leibniz 公式。
6. 掌握微分的概念, 领悟其思想内涵; 并会用微分进行近似计算。
7. 熟练掌握复合函数微分及一阶微分形式不变性。
8. 理解连续、可导、可微之间的关系。
9. 熟练掌握高阶导数的各种求解方法。

### 第六章 微分中值定理及其应用

1. 熟练掌握微分中值定理及其应用, 会证明中值点 $\zeta$ 的存在性问题。
2. 熟练运用洛必达法则求极限。
3. 熟练掌握单调区间、极值、最值的求法。
4. 熟练掌握 Taylor 公式思想、方法及应用。
5. 掌握曲线的凹凸性及拐点的求法, 并掌握凸函数及性质。
6. 熟练应用函数单调性、凹凸性等等工具证明函数不等式。

## 第七章 实数完备性

1. 了解区间套、覆盖、有限覆盖、聚点等等的含义。
2. 掌握实数完备性各定理的具体内容，领悟其证明的思想内涵。  
实数完备性构成数学分析的理论核心，其重要性不言而喻。
3. 掌握闭区间上连续函数有界性、最值性、介值性、一致连续性定理的证明。
4. 理解上极限、下极限的概念和等价叙述。

## 第八章 不定积分

1. 知道原函数与不定积分的概念。
2. 熟练掌握换元法、分部积分法。
3. 会计算有理函数的积分。
4. 会计算三角函数有理式、某些简单无理式的积分。

## 第九章 定积分

1. 深刻领会定积分的定义和性质。
2. 深刻理解微积分基本定理，并会熟练应用。
3. 熟练掌握换元法、分部积分法计算定积分。
4. 知道可积条件和可积类。

## 第十章 定积分的应用

1. 熟练掌握平面图形面积的计算。
2. 熟练掌握旋转体或已知截面面积的体积。
3. 会利用定积分求弧长、旋转体的侧面积。

## 第十一章 反常积分

1. 了解反常积分收敛性定义。
2. 熟练掌握反常积分敛散性判别法 (Cauchy、Abel、Dirichlet 三大判别法)，  
重点在无穷积分。

## 第十二章 数项级数

1. 知道级数收敛和发散的定義、性质。
2. 熟练掌握正项级数收敛的各种判别法。  
(比较判别法、比式判别法、根式判别法、拉贝判别法、积分判别法等)
3. 熟练掌握条件收敛、绝对收敛及 Leibniz、Abel、Dirichlet 三大判别法。
4. 理解条件收敛、绝对收敛级数的特殊性质。

## 第十三章 函数列与函数项级数

1. 深刻理解函数列、函数项级数一致收敛的 $\varepsilon$ - $N$  定义。
2. 熟练掌握函数列、函数项级数一致收敛的判别法。
3. 熟练掌握一致收敛函数列和一致收敛函数项级数的性质。

#### 第十四章 幂级数

1. 掌握幂级数收敛域、收敛半径以及和函数的求法，知道幂级数的若干性质。
2. 熟练掌握函数的幂级数展开的方法。
3. 会求幂级数的和函数及某些数项级数的和。

#### 第十五章 傅里叶级数

1. 熟记以 $2\pi$  周期的付里叶系数公式，会求函数的傅里叶展式。
2. 掌握余弦级数，正弦级数的求法。
3. 理解收敛性定理，掌握 Bessel 不等式、Lebesgue 引理等几个重要定理。
4. 知道 Parseval 等式并运用其求某些数项级数的和。

#### 第十六章 多元函数的极限与连续

1. 了解平面点集的若干概念、平面点集的完备性定理。
2. 掌握二元函数之二重极限、二次极限的定义和计算。
3. 掌握二元函数连续性及其性质。

#### 第十七章 多元函数微分学

1. 掌握全微分和偏导数的概念、了解其几何性质。
2. 会计算偏导数和全微分，会计算高阶偏导数（尤其是二阶偏导数）。
3. 熟练掌握多元复合函数求导的链式法则、理解一阶全微分形式不变性。
4. 掌握二元函数连续、偏导数连续、可微、可偏导之间的多角关系。
5. 知道二元函数中值定理与 Taylor 公式。
6. 熟练掌握多元函数极值、最值的求解方法，并会运用于解决实际问题。
7. 了解方向导数与梯度及其几何、物理意义。

#### 第十八章 隐函数定理及其应用

1. 理解隐函数（组）定理。
2. 会求隐函数（组）的微分。
3. 会求空间曲线的切线与法平面，会求空间曲面的切平面与法线。
4. 熟练掌握条件极值的 Lagrange 乘数法。

#### 第十九章 含参量积分

1. 掌握含参量正常积分的定义及性质。
2. 熟练掌握含参量反常积分一致收敛定义、判别法。

3. 熟练掌握一致收敛含参量反常积分的性质（连续性、可导性、可积性）。
4. 掌握 Euler 积分并用于计算某些反常积分；  
掌握用积分号下求导数等方法计算某些积分和反常积分。

## 第二十章 曲线积分

1. 理解第一、二型曲线积分的概念及物理意义。
2. 熟练掌握两型曲线积分的基本参数计算公式。
3. 熟练掌握格林公式。
4. 掌握第二型曲线积分与路径无关的条件，会求全微分式的原函数。

## 第二十一章 重积分

1. 知道二重积分、三重积分定义与性质，理解分割、求和、取极限三部曲内涵。
2. 熟练掌握二重积分、三重积分的直角坐标计算---化为累次积分。
3. 熟练掌握二重积分、三重积分的变量替换。重点是极坐标变换、柱坐标变换、球坐标变换及广义球坐标变换。
4. 知道重积分几何应用，会求曲面面积、重心坐标等。

## 第二十二章 曲面积分

1. 理解第一、二型曲面积分的概念及物理意义；了解两种曲面积分的转换关系。
2. 掌握两型曲面积分的直角坐标计算公式。
3. 熟练掌握 Gauss 公式和 Stokes 公式。

**注：**以上内容凡要求深刻理解、深刻领会、熟练掌握者皆是考试和复习之重点内容。  
要求理解、领会、掌握者重要性相对次之。

### 参考教材或主要参考书：

1. 数学分析（上、下册），华东师大编，（2001年后的任意版本），高等教育出版社。
2. 数学分析解题数学与方法，杨传林，浙江大学出版社，2008版。
3. 数学分析中的典型问题与方法，裴礼文，高等教育出版社。