

《高等代数》考试大纲

一、课程简介

高等代数是数学专业的基础课之一。主要内容包括：多项式理论；线性方程组；行列式；矩阵；二次型；线性变换；欧氏空间等。本课程不仅注重讲授代数学的基本知识，更强调对于学生的代数学基本思想和基本方法的训练、线性代数基本计算的训练以及综合运用分析、几何、代数方法处理问题的初步训练。既有较强的抽象性和概括性，又具有广泛的应用性。对于培养学生的逻辑推理能力、抽象思维能力和运算能力有着重要作用。

二、考查目标

主要考察考生对高等代数的基本理论和基本方法的理解和掌握情况及抽象思维能力、逻辑推理能力和运算能力。

三、考试内容及要求

第一章多项式

一、考核知识点

- 1、熟练掌握一元多项式整除的概念及性质。
- 2、熟练掌握最大公因式的求法、性质及多项式互素的充要条件。
- 3、熟悉因式分解定理的内容，了解标准分解式的概念。
- 4、熟悉重因式的概念，熟练掌握 k 重因式的判定方法。
- 5、熟悉有关多项式函数的概念、余数定理。
- 6、熟练掌握代数基本定理，复系数多项式、实系数多项式因式分解定理的内容。
- 7、掌握本原多项式的概念。熟练掌握有理系数多项式与整系数多项式因式分解的关系。熟练掌握整系数多项式有理根的性质和求法。熟练掌握 Eisenstein 判别法及应用。

二、考核要求

识记：数域的概念，一元多项式的概念和运算性质，次数定理,整除的概念和常用性质，带余除法，最大公因式的概念和性质，不可约多项式的概念和性质，因式分解及唯一性定理，标准分解式的概念，重因式的概念、性质，多项式函数的概念、性质及根，代数基本定理，复系数与实系数多项式的因式分解定理，本原多项式的概念、性质，Eisenstein 判别法。

简单应用：

- 1、会求解或证明最大公因式。
- 2、会求有理系数多项式的有理根。

第二章行列式

一、考核知识点

- 1、掌握排列、逆序数、奇排列、偶排列的概念，熟悉对换的概念和性质。
- 2、深刻理解 n 级行列式的概念。会用定义确定行列式各项的符号及简单行列式的值。
- 3、熟练掌握行列式的性质，并利用行列式性质计算行列式。
- 4、熟练掌握将行列式化成三角形行列式计算其值的方法。
- 5、掌握子式、余子式的概念。熟练掌握行列式按行（列）展开的方法，并用其计算行列式时使用。掌握范德蒙行列式。
- 6、熟练应用克兰姆法则。

二、考核要求

识记： n 级排列的概念、逆序数，奇排列、偶排列的概念， n 级行列式的概念、性质，矩阵的概念及其初等变换，行列式按一行（列）展开定理，代数余子式，范德蒙行列式，克兰姆（Cramer）法则。

简单应用：

- 1、理解和掌握行列式性质，并利用其计算行列式。

2、熟练掌握将行列式化成三角形行列式计算其值的方法。

3、熟练掌握行列式按行（列）展开的方法。

第三章线性方程组

一、考核知识点

1、熟悉初等变换、同解方程组、阶梯形方程组、一般解、自由未知量、系数矩阵、增广矩阵的概念。并能熟练地用消去法求解线性方程组。

2、熟练掌握有关向量及向量空间的概念和向量运算。

3、深刻理解线性组合、向量组等价、线性相关、线性无关、极大线性无关组、向量组的秩的概念。熟练掌握极大线性无关组的性质求法。

4、熟练掌握矩阵行秩列秩的概念和关系，矩阵的秩与行列式、子式的关系。

5、熟练掌握线性方程组是否有解的判别定理的内容。

6、掌握线性方程组解的性质，熟练掌握基础解系的概念，基础解系所含向量的个数与方程组系数矩阵秩的关系，会求齐次线性方程组的基础解系、并用基础解系表出其全部解，会求非齐次线性方程组的用导出组的基础解系表出的全部解。

二、考核要求

识记： n 维向量空间的概念和运算性质，线性相（无）关性的概念和性质，矩阵的 k 级子式，矩阵的秩的概念、性质，初等变换、同解方程组、阶梯形方程组、一般解、自由未知量、系数矩阵、增广矩阵、基础解系的概念，线性方程组有解判别定理，线性方程组解的结构定理。

简单应用：

1、熟练掌握求解线性方程组的方法。

2、熟练掌握极大线性无关组的性质、求法。

3、掌握矩阵行秩与列秩的证明。

第四章矩阵

一、考核知识点

- 1、掌握矩阵的概念，熟练掌握矩阵的加法、数乘运算、转置、矩阵乘法运算及其性质。
- 2、掌握矩阵退化和非退化的概念。熟练掌握矩阵乘积的行列式，因子的秩与积的秩的关系。
- 3、掌握逆矩阵、伴随矩阵的概念。熟练掌握伴随矩阵与逆矩阵间的关系和逆矩阵的性质。
- 4、深刻理解矩阵分块的意义，熟练掌握分块矩阵的运算性质和方法。
- 5、深刻理解初等矩阵的概念和意义。
- 6、深刻理解分块乘法的初等变换的意义。熟练掌握并会应用。

二、考核要求

识记：矩阵的概念与运算，矩阵乘积的行列式与秩，伴随矩阵，矩阵的逆的概念、性质，矩阵退化和非退化的概念，矩阵分块的概念和分块矩阵的运算，初等矩阵及与矩阵的初等变换的关系，分块乘法的初等变换。

简单应用：

- 1、熟练掌握矩阵的加法、数乘矩阵、转置、矩阵乘法运算及其性质。
- 2、熟练掌握伴随矩阵与逆矩阵间的关系和逆矩阵的性质，会求逆矩阵。
- 3、熟练掌握并应用分块乘法的初等变换。

第五章二次型

一、考核知识点

- 1、掌握线性替换、线性替换的退化、非退化，二次型及其矩阵、矩阵合同的概念。
- 2、掌握二次型标准形的概念。熟练的掌握用配方法和合同变换法化二次型为标准形。
- 3、深刻理解规范形的概念。掌握正、负惯性指数，符号差的概念。熟练掌握将复二次型和实二次型化成规范形的方法。

4、掌握正定二次型、半正定二次型、负定二次型、半负定二次型和不定二次型的概念。熟练掌握正定二次型判定法。

二、考核要求

识记：掌握线性替换、线性替换的退化、非退化，二次型及其矩阵、二次型标准形、矩阵合同的概念，实二次型的规范形、正负惯性指数，符号差的概念，复二次型的规范形，正定二次型、半正定二次型、负定二次型、半负定二次型和不定二次型的概念。

简单应用

- 1、熟练的掌握配方法和合同变换法化二次型为标准形。
- 2、熟练掌握将复二次型和实二次型化成规范形的方法。
- 3、熟练掌握正定二次型判定法。

第六章线性空间

一、考核知识点

- 1、掌握集合、映射 1-1 对应及其与之相关的概念。掌握集合运算、映射运算的符号和性质。
- 2、深刻理解线性空间的定义，熟记线性空间的简单性质。
- 3、深刻理解线性空间中向量的线性组合、线性表示、向量组的等价，线性相关、线性无关、维数、基与坐标的概念。掌握向量组构成基的条件。
- 4、掌握基变换与坐标变换的概念。熟练掌握基变换与坐标变换运算。
- 5、熟悉子空间、生成向量组的概念。深刻理解生成组等价与生成子空间的关系，子空间的基与整个空间的基的关系。
- 6、掌握解子空间的交与和的概念，掌握维数定理。
- 7、掌握直和的概念，深刻理解直和的充要条件。

二、考核要求

识记：线性空间的定义与简单性质，维数、基与坐标的概念和性质，基变换与坐标变换，线性子空间的概念和性质，子空间的交与和的概念及性质，子空间的直和的定义及判别准则，线性空间的同构，同构映射的概念和性质。

简单应用：

- 1、掌握向量组构成基的条件，会求有限维线性空间的基和维数。
- 2、熟练掌握基变换与坐标变换运算。
- 3、熟练掌握直和的证明方法。

第七章线性变换

一、考核知识点

- 1、掌握线性变换的概念；熟练掌握线性变换的运算及其性质。
- 2、掌握线性变换与其矩阵的关系，熟练掌握线性变换及其运算的矩阵表示。同一个线性变换在不同基下矩阵之间的关系。
- 3、掌握线性变换与矩阵的特征多项式、特征值、特征向量的概念，熟练掌握特征值、特征向量的求法。掌握相似矩阵特征多项式的关系。一般了解哈密尔顿-凯莱定理的条件和结论。
- 4、深刻理解特征向量的性质和线性变换在某组基下为对角矩阵的充要条件。
- 5、掌握线性变换的值域与核的概念，以及他们维数间的关系。
- 6、掌握不变子空间的概念，深刻理解线性矩阵的化简与不变子空间之间的关系。

二、考核要求

识记：线性变换的定义、运算及其简单性质，线性变换的矩阵及其性质，矩阵的相似关系的定义及其性质，特征多项式、特征值与特征向量的定义、性质，线性变换在某一组基下的矩阵为对角矩阵的条件（即矩阵相似于对角矩阵的条件），线性变换的值域与核的概念及性质，不变子空间的概念，若当（Jordan）标准形的概念。

简单应用

- 1、掌握同一个线性变换在不同基下矩阵之间的关系，会求线性变换在给定基下的矩阵。
- 2、熟练掌握线性变换与矩阵的特征值、特征向量的求法。
- 3、熟练掌握特征向量的性质，以及线性变换的矩阵在某组基下为对角阵的充要条件。
- 4、会求线性变换的值域与核，会求线性变换的不变子空间。

第八章欧氏空间

一、考核知识点

- 1、掌握欧氏空间，向量的长度，夹角，垂直，线性变换的度量矩阵的概念和度量矩阵的性质。
- 2、掌握标准正交基、正交矩阵的概念。深刻理解标准正交基的性质。熟练掌握施密特正交化方法。
- 3、深刻理解同构的概念和意义。熟练掌握同构的充要条件。
- 4、掌握正交变换、第一类、第二类正交变换的概念。熟练掌握正交变换的等价命题。
- 5、掌握正交子空间、正交补的概念。熟练掌握正交子空间的性质。
- 6、深刻理解实对称矩阵与正交矩阵的关系。能熟练地运用正交线性替换将一个实二次型化为标准形。

二、考核要求

识记：欧几里得空间（含内积）的定义与基本性质，向量的长度、夹角、垂直的概念，欧几里得空间中基的度量矩阵，正交向量组、正交基、标准正交基的定义、基本性质，正交变换、正交矩阵的定义和性质，正交子空间、正交补的概念，对称变换、实对称矩阵的性质。

简单应用

- 1、熟练掌握施密特正交化方法。

- 2、会利用基的度量矩阵求向量的长度、夹角。
- 3、掌握正交变换的证明。
- 4、会用正交线性替换将一个实二次型化为标准型。

*关于能力层次的说明：

识记：要求学生能知道本章节中有关的概念、定理的含义，并能正确认识和表述。

领会：要求在识记的基础上，能全面把握本章中的基本概念、基本原理、基本方法，能掌握有关概念、定理、方法的区别与联系。

简单应用：要求在领会的基础上，能运用本章中的基本概念、基本规律中的少量知识点分析和解决有关的理论问题和实际问题。

综合应用：要求在简单应用的基础上，能运用本章中或者其它章节中学过的多个知识点，综合分析 and 解决比较复杂的问题。

四、考试形式和试卷结构

1、试卷满分及考试时间

试卷满分为 100 分，考试时间为 180 分钟。

2、答题方式

答题方式为闭卷，笔试。

3、试卷题型结构

题型包括计算题、证明题、解答题三种题型。

参考书目：

- 1.丘维声.高等代数（上、下册）[M].北京：清华大学出版社，2010