

绍兴文理学院

硕士研究生招生考试业务课考试大纲

考试科目：数学分析 科目代码：651

一、考试目的和要求

《数学分析》为招收数学专业硕士生而拟设的具有选拔功能的考试。其主要目的是测试考生对数学分析最基本内容的理解、掌握和熟练程度。要求考生熟悉数学分析的基本理论、掌握数学分析的基本方法，具有较强的抽象思维能力、逻辑推理能力和运算能力。

二、考试方法

闭卷。考试不允许带计算器。

三、考试题型

判断题、计算题、证明题等

四、考试知识点

(一)实数集与函数

上确界、下确界、确界原理；函数复合、基本初等函数、初等函数及常用特性；基本初等不等式及应用。

(二)数列极限

数列极限的 $\varepsilon-N$ 定义；求解各类数列的极限；收敛数列的常用性质；数列收敛的判别条件

(三)函数极限

函数极限的 $\varepsilon-\delta$ 定义及其它变式；函数极限存在的条件及判别，应用两个重要极限求解较复杂的函数极限。无穷小量、无穷大量的概念；会应用等价无穷小求极限。

(四)函数连续性

函数在某点及在区间上连续的几种等价定义，尤其是 $\varepsilon-\delta$ 定义；函数间断点及类型；闭区间上连续函数的三大性质及其应用；区间上一致连续函数的定义、判断和应用。

(五)导数和微分

导数的定义、几何意义，复合函数、参量函数、隐函数求导；微分的概念，复合函数微分及一阶微分形式不变性。连续、可导、可微之间的关系；高阶导数

的各种求解方法。

(六) 微分中值定理及其应用

微分中值定理及其应用,洛必达法则求极限,单调区间、极值、最值的求法; Taylor 公式思想、方法及应用; 曲线的凹凸性及拐点的求法, 并掌握凸函数及性质; 应用函数单调性、凹凸性等等工具证明函数不等式。

(七) 实数完备性

实数完备性定理, 闭区间上连续函数有界性、最值性、介值性、一致连续性定理。

(八) 不定积分

原函数与不定积分, 换元积分法、分部积分法, 有理函数的积分, 三角函数有理式、某些简单无理式的积分。

(九) 定积分

积分的定义和性质, 微积分基本定理熟练应用; 换元法、分部积分法计算定积分; 可积条件和可积类。

(十) 定积分的应用

平面图形面积的计算; 旋转体或已知截面面积的体积; 定积分求弧长、旋转体的侧面积。

(十一) 反常积分

反常积分收敛性定义, 反常积分敛散性判别法 (Cauchy、Abel、Dirichlet 三大判别法)。

(十二) 数项级数

级数收敛和发散的定義、性质, 正项级数收敛的各种判别法, 条件收敛、绝对收敛及 Leibniz、Abel、Dirichlet 三大判别法, 条件收敛、绝对收敛级数的特殊性质。

(十三) 函数列与函数项级数

函数列、函数项级数一致收敛的 $\varepsilon-N$ 定义、一致收敛的判别法; 一致收敛函数列和一致收敛函数项级数的性质。

(十四) 幂级数

幂级数收敛域、收敛半径以及和函数的求法, 知道幂级数的若干性质; 函数的幂级数展开的方法; 幂级数的和函数及某些数项级数的和。

(十五) 傅里叶级数

2π 周期的付里叶系数公式, 会求函数的傅里叶展式, 余弦级数, 正弦级数的求法; 收敛性定理, 掌握 Bessel 不等式、Lebesgue 引理等几个重要定理; Parseval 等式并运用其求某些数项级数的和。

(十六) 多元函数的极限与连续

二元函数重极限、累次极限计算; 二元函数连续性及其性质。

(十七) 多元函数微分学

偏导数和全微分, 会计算高阶偏导数 (尤其是二阶偏导数), 多元复合函数求导的链式法则、理解一阶全微分形式不变性。二元函数连续、偏导数连续、可微、可偏导之间的多角关系; 二元函数中值定理与 Taylor 公式; 多元函数极值、最值的求解方法, 并会运用于解决实际问题。方向导数与梯度。

(十八) 隐函数定理及其应用

隐函数(组)定理, 隐函数(组)的微分, 空间曲线的切线与法平面, 空间曲面的切平面与法线; 条件极值的 Lagrange 乘数法。

(十九) 含参量积分

含参量正常积分的定义及性质, 含参量反常积分一致收敛定义、判别法, 一致收敛含参量反常积分的性质(连续性、可导性、可积性), Euler 积分并用于计算某些反常积分; 积分号下求导数等方法计算某些积分和反常积分。

(二十) 曲线积分

第一、二型曲线积分, 格林公式, 二型曲线积分与路径无关的条件, 会求全微分式的原函数。

(二十一) 重积分

二重积分、三重积分的直角坐标计算、变量替换, 极坐标变换、柱坐标变换球坐标变换及广义球坐标变换, 重积分几何应用, 会求曲面面积、重心坐标等。

(二十二) 曲面积分

第一、二型曲面积分的概念及物理意义; 了解两种曲面积分的转换关系, 两型曲面积分的直角坐标计算公式; Gauss 公式和 Stokes 公式。

参考教材或主要参考书:

1. 数学分析(上、下册), 华东师范大学数学系编, 高等教育出版社.
2. 数学分析中的典型问题与方法, 裴礼文, 高等教育出版社.